



**Moderné vzdelávanie pre vedomostnú spoločnosť/
Projekt je spolufinancovaný zo zdrojov EÚ**

VYBRANÉ KAPITOLY Z ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

Fakulta výrobných technológií so sídlom v Prešove

doc. Ing. Alexander Hošovský, PhD., RNDr. Erika Fečová, PhD.,

doc. Ing. Ján Piteľ, PhD.



Agentúra
Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu SR
pre štrukturálne fondy EÚ



Táto publikácia vznikla za finančnej podpory z Európskeho sociálneho fondu v rámci Operačného programu **VZDELÁVANIE**.

Prioritná os 1 Reforma vzdelávania a odbornej prípravy
Opatrenie 1.2 Vysoké školy a výskum a vývoj ako motory rozvoja vedomostnej spoločnosti.

Názov projektu: **Balík doplnkov pre ďalšiu reformu vzdelávania na TUKE**

ITMS 2611020093

Názov : Vybrané kapitoly z elektrotechniky a elektroniky

Autor/Autori : doc. Ing. Alexander Hošovský, PhD., RNDr. Erika Fechová, PhD.,
doc. Ing. Ján Pitel', PhD.

Vydavateľ: Technická univerzita v Košiciach

Rok: 2015

Vydanie: prvé

Rozsah: 126 strán

ISBN 978-80-553-2002-1

Rukopis neprešiel jazykovou úpravou.

Za odbornú a obsahovú stránku zodpovedá/zodpovedajú autor/autori.

Predhovor

Katedra informatiky, matematiky a kybernetiky, Fakulty výrobných technológií so sídlom v Prešove, Technickej univerzity v Košiciach, v rámci pomoci študentom denného aj externého inžinierskeho štúdia rozhodla sa vydávať vysokoškolské učebné texty podľa príslušných študijných programov.

Tieto vysokoškolské učebné texty: „Vybrané kapitoly z elektrotechniky a elektroniky“ obsahujú učivo, ktoré sa prednáša študentom 2. ročníka bakalárskeho štúdia na Fakulte výrobných technológií.

Každá kapitola obsahuje niekoľko častí, ktoré uľahčujú osvojenie predloženého učiva. Po názve kapitoly nasleduje krátky úvod poskytujúci jej stručné priblíženie vo vzťahu k preberanej problematike (je písaný kurzívou). Ďalšou časťou je prezentácia cieľov kapitoly, v ktorej sú uvedené jasne definované a kontrolovateľné ciele – to čo by mal študent po preštudovaní kapitoly vedieť. V samotnom tele kapitoly je použitých niekoľko typov symbolov, ktoré majú uľahčiť orientáciu v učebných textoch:

-  - znamená rozširujúci text, ktorý však úzko nadväzuje na preberanú problematiku a umožňuje lepšie pochopiť súvislosti (bodkočiarkované orámovanie)
-  - znamená riešený príklad vo forme zadania a jeho riešenia (orámovanie hrubou čiarou)
-  - znamená ilustračný príklad, ktorý prezentuje praktické využitie preberanej problematiky a uľahčuje jej pochopenie (orámovanie hrubou čiarou)
-  - znamená zhrnutie učiva v kapitole, kde sú zosumarizované najvýznamnejšie pojmy a poznatky

Text je rozdelený do piatich kapitol, obsahujúce základné učivo pre úvod do problematiky elektrotechniky a elektroniky. Prvá kapitola obsahuje učivo o základných elektrických veličinách a zákonoch využívaných pri analýze a syntéze elektrických obvodov. Druhá kapitola je venovaná jednosmerným elektrickým obvodom, v ktorej sú definované základné pojmy z topológie obvodov a základné zákony využívané pri analýze elektrických jednosmerných obvodov. Tretia kapitola obsahuje úvod do magnetizmu, kde sú definované základné magnetické veličiny a vysvetlené špecifiká analýzy základných magnetických obvodov. Štvrtá kapitol predstavuje úvod do analýzy striedavých obvodov a obsahuje vysvetlenie symbolicko-komplexnej metódy používanej pri analýze striedavých elektrických obvodov ako aj popis vlastností všetkých pasívnych prvkov v striedavých obvodoch. V piatej kapitole je úvod do elektroniky obsahujúci vysvetlenie úplných základov fyziky polovodičov a najbežnejších polovodičových súčiastok používaných v elektronike.

Učivo predpokladá znalosť základov matematickej analýzy a fyzikálnych princípov a pre uľahčenie pochopenia niektorých princípov je použité (prostredníctvom príkladov) prostredie Matlab/Simulink. Tento softvér umožňuje uľahčiť niektoré úlohy analýzy a syntézy elektrických obvodov. Pre zvládnutie učiva nie je jeho znalosť nutná ale jeho použitie ilustruje výhodosť používania softvéru v elektrotechnike a elektronike.

autori

Prešov, 2015

1	ÚVOD DO ELEKTROTECHNIKY	6
1.1	Elektrický náboj.....	6
1.2	Coulombov zákon.....	7
1.3	Intenzita a indukcia elektrostatického poľa	9
1.4	Práca elektrostatického poľa.....	12
1.5	Potenciál elektrostatického poľa.....	13
1.6	Elektrické napätie	15
1.7	Kapacita vodiča	17
1.7.1	Kapacita doskového kondenzátora	18
1.7.2	Energia kondenzátora a energia elektrického poľa.....	18
1.7.3	Parametre a typy kondenzátorov	20
1.8	Delenie materiálov z hľadiska ich vodivosti	22
1.9	Elektrický prúd	23
1.10	Elektrický odpor a rezistor	25
1.10.1	Parametre rezistorov	28
1.11	Elektrická práca a výkon	30
1.12	Ohmov zákon.....	31
2	JEDNOSMERNÉ ELEKTRICKÉ OBVODY	34
2.1	Úvod do elektrických obvodov.....	34
2.2	Zdroje v elektrických obvodoch	36
2.3	Spotrebiče v elektrických obvodoch.....	41
2.4	Základné metódy analýzy elektrických obvodov	42
2.4.1	Kirchhoffove zákony	43
2.4.2	Metóda postupného zjednodušovania	44
2.4.2.1	Spájanie kondenzátorov	49
2.4.2.2	Potenciometer	50
2.4.3	Metóda priameho použitia Kirchhoffových zákonov	51
3	MAGNETIZMUS A MAGNETICKÉ OBVODY	56
3.1	Úvod do magnetizmu.....	56
3.2	Permeabilita prostredia	58
3.3	Ampérov zákon celkového prúdu.....	59
3.4	Cievka	62
3.4.1	Indukčnosť cievky.....	63

3.5	Zákon elektromagnetickej indukcie.....	64
3.6	Magnetické obvody	65
3.6.1	Základné zákony pre analýzu magnetických obvodov	67
3.6.2	Analýza magnetických obvodov	68
4	STRIEDAVÉ OBVODY	74
4.1	Úvod do striedavých veličín a obvodov	74
4.2	Efektívna a stredná hodnota	77
4.3	Symbolicko-komplexná metóda	78
4.4	Grafické zobrazenie komplexorov a fázorov.....	80
4.5	Popis elektrických obvodov pomocou komplexných čísel.....	82
4.6	Základné zákony pre analýzu striedavých obvodov	85
4.7	Výkony v striedavých obvodoch	89
5	ELEKTRONIKA	94
5.1	Stručný úvod do fyziky polovodičov.....	94
5.1.1	Vlastná vodivosť polovodičov	95
5.1.2	Nevlastná vodivosť polovodičov. Polovodič typu N a typu P	97
5.1.3	PN priechod	98
5.1.4	PN priechod po pripojení napätia	100
5.2	Diódy	101
5.2.1	Usmerňovacie a spínacie diódy	102
5.2.2	Charakteristické hodnoty diód	104
5.2.3	Mostíkový usmerňovač	106
5.3	Tranzistory.....	108
5.3.1	Bipolárne tranzistory.....	109
5.3.2	Charakteristiky bipolárnych tranzistorov	111
5.3.3	Charakteristické hodnoty bipolárnych tranzistorov	113
5.3.4	Nastavenie klúdového prac. bodu tranzistora a získavanie napätia na báze	114
5.3.5	Základné zapojenia tranzistorov	116
5.3.6	Zosilňovače	117
5.4	Tyristory	119
5.5	Triaky.....	122
5.5.1	Charakteristické parametre tyristorov a triakov	124

1 ÚVOD DO ELEKTROTECHNIKY

Ciele

Po preštudovaní kapitoly by mal byť študent schopný:

1. Definovať pojem elektrický náboj a charakterizovať jeho základné vlastnosti
2. Definovať a vysvetliť Coulombov zákon.
3. Charakterizovať veličiny popisujúce elektrostatické pole: intenzita a potenciál elektrického poľa.
4. Definovať a vysvetliť elektrické napätie.
5. Vysvetliť kapacitu a uviesť definičný vzťah.
6. Popísať doskový kondenzátor, uviesť jeho funkciu v elektrotechnike a nakresliť jeho symbol
7. Definovať elektrický prúd, elektrický odpor a elektrický výkon.
8. Charakterizovať rezistor, vymenovať základné parametre rezistorov a nakresliť jeho symbol
9. Definovať Ohmov zákon a nakresliť V-A charakteristiku rezistora

1.1 Elektrický náboj

Príčinou elektrického stavu daného telesa je jeho elektrický náboj, jedna zo základných charakteristík mikročastíc. Poznáme dva typy elektrického náboja a to kladný a záporný. Častice s nábojom rovnakého znamienka sa odpudzujú a náboje rôzneho znamienka sa priťahujú. Ak sa v telese nachádza rovnaký počet kladných aj záporných nábojov, hovoríme, že teleso je elektricky neutrálne, výsledný náboj je nulový (napr. atóm). Pokiaľ jeden typ náboja prevyšuje, prejavuje sa ich rozdiel ako voľný náboj a vtedy hovoríme o elektrickom stave telesa. Elektrické náboje vytvárajú okolo seba elektrické pole, ktoré pôsobí na iné náboje elektrickou silou. Ďalší empirický poznatok hovorí, že celkové množstvo elektrického náboja v ľubovoľnom procese sa nemení. Túto skutočnosť vyjadruje tzv. zákon zachovania elektrického náboja.

Základné poznatky o elektrických nábojoch:

1. Elektrický náboj je vždy spojený s časticou s nenulovou hmotnosťou.
2. Elektrický náboj môžeme prenášať z povrchu jedného telesa na povrch iného telesa. Náboj sa môže premiestňovať aj v telese. Látky, v ktorých sa náboj voľne premiestňuje, voláme vodiče. Látky, v ktorých sa žiadny náboj nemôže voľne premiestňovať, voláme dielektriká – nevodiče.
3. Existujú dva typy elektrického náboja: kladný a záporný.
4. Zákon zachovania náboja: v elektricky izolovanej sústave telies je celkový elektrický náboj konštantný, elektrický náboj nemožno vytvoriť ani zničiť, je možné ho len premiestňovať.
5. Elektrický náboj je deliteľný, nemožno ho však deliť neobmedzene, ale len po **elementárny elektrický náboj**: $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Nositeľmi náboja sú elementárne častice, napr. elektrón (záporný náboj), protón (kladný náboj). Ak v atóme je rovnaký počet elektrónov (obal) a protónov (jadro), navonok sa tvári ako elektricky neutrálny.

6. Zákon superpozície: pri súčasnom pôsobení bodových nábojov je účinok rovnaký, ako keby pôsobil jeden náboj s nábojom všetkých ostatných nábojov.
7. Zákon invariantnosti: elektrický náboj je vo všetkých sústavách invariantný, t. j. nameraná veľkosť náboja je celkom nezávislá od rýchlosti pohybu častice.

Elektrický náboj ako fyzikálnu veličinu označujeme Q alebo q a jeho jednotkou v sústave jednotiek SI je **1 coulomb** (C), teda $[Q] = 1\text{C}$. Jednotka coulomb je definovaná ako množstvo náboja, ktoré pretečie cez ľubovoľný prierez vodiča za 1 sekundu, ak vodičom tečie konštantný elektrický prúd 1 A.

 Všetky nabité makroskopické telesá obsahujú určité množstvo elektrického náboja. Tento náboj je rozložený v objeme (resp. na povrchu telesa) v takom množstve, že dané rozloženie považujeme za spojité. Vzhľadom na tvar a rozmery telesa definujeme objemovú, plošnú a dĺžkovú hustotu elektrického náboja:

- objemová hustota elektrického náboja: $\rho = \frac{dQ}{dV}$ $[\rho] = \text{C.m}^{-3}$
- plošná hustota elektrického náboja: $\sigma = \frac{dQ}{dS}$ $[\sigma] = \text{C.m}^{-2}$
- dĺžková hustota elektrického náboja: $\lambda = \frac{dQ}{dl}$ $[\lambda] = \text{C.m}^{-1}$

1.2 Coulombov zákon

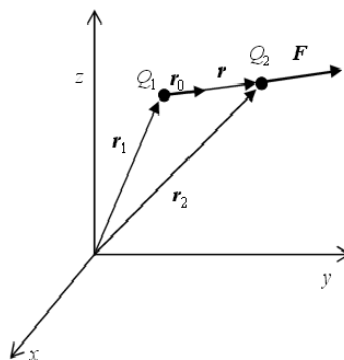
Kvantitatívnou charakteristikou elektrickej interakcie je sila. Veľkosť elektrickej sily, ktorou pôsobia na seba dva bodové náboje, prvýkrát zmeral na torzných váhach v roku 1785 francúzsky fyzik Ch. A. Coulomb¹. Na základe svojich meraní sformuloval zákon popisujúci vzájomné silové pôsobenie medzi nábojmi, ktorý sa podľa neho nazýva **Coulombov zákon**: **Dva bodové náboje v pokoji pôsobia na seba silou, ktorá je priamo úmerná súčinu veľkostí nábojov a nepriamo úmerná druhej mocnine ich vzdialenosti.**

Matematicky môžeme Coulombov zákon formulovať nasledovne:

$$\vec{F}_{21} = k \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (1.1)$$

kde $\vec{F}_{21}$ je sila pôsobiaca na náboj Q_2 pochádzajúca od náboja Q_1 a $\vec{r}_2$, $\vec{r}_1$ sú polohové vektory týchto nábojov. Pritom budeme vždy dodržiavať konvenciu, že prvý index určuje objekt, na ktorý sila pôsobí a druhý index je spojený s pôvodom tejto sily.

¹ Charles Coulomb (1736 – 1806) francúzsky vojenský inžinier a objaviteľ Coulombovho zákona.



Obr. 1.1: Silové pôsobenie medzi dvoma nábojmi

Pre veľkosť sily vzájomného pôsobenia medzi bodovými nábojmi pričom jej smer spadá do smeru spojnice uvažovaných nábojov platí:

$$F_e = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (1.2)$$

Rovnica (1.1) rešpektuje vektorový charakter pôsobiacej sily a súčasne aj príťažlivý a odpudivý charakter sily v závislosti od výsledného znamienka súčinu nábojov. V menovateli formálne vystupuje tretia mocnina vzájomnej vzdialenosti nábojov, ale treba si uvedomiť, že výraz $\frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} = \vec{r}_0$ vyjadruje jednotkový vektor v smere pôsobiacej sily.

Konštanta úmernosti k vo vzťahu (1.1) závisí od použitej sústavy jednotiek. V SI sústave pre k platí: $k = 1/4\pi\epsilon_0$, kde $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ A}^2 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-3} \text{ s}^4$. Veličinu ϵ_0 nazývame **permitivitou vákua** (niekedy dielektrická konštanta vákua).

Treba pripomenúť, že pre sily, ktoré vystupujú v Coulombovom zákone platí princíp akcie a reakcie, a teda platí:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \quad (1.3)$$

Skúmajme, aké bude silové pôsobenie na náboj Q v bode $\vec{r}$ od väčšieho počtu bodových nábojov $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$, ktoré sa nachádzajú v bodoch $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$. Sila pôsobiaci na tento náboj pochádzajúca od náboja q_i je $\vec{F}_i = kQQ_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$. Experimenty ukazujú, že výslednú silu dostaneme ako vektorový súčet takýchto síl od všetkých pôsobiacich nábojov, teda $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} QQ_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$. Tento vzťah vyjadruje "**princíp superpozície elektrických síl**".

Príklad 1.1

Dve rovnako veľké guľôčky majú elektrické náboje $Q_1 = +24 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ a $Q_2 = -18 \cdot 10^{-6} \text{ C}$.

a) Akou veľkou silou sa priťahujú zo vzdialenosti $r = 6\text{cm}$ vo vákuu?

b) Akou silou sa budú z tej istej vzdialenosti odpudzovať, keď sme ich predtým uviedli do vzájomného styku?

a) Podľa Coulombovho zákona môžeme pre veľkosť sily písať: $F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$

Po dosadení dostávame:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1||Q_2|}{r^2} = \frac{24 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 18 \cdot 10^{-6} \text{C}}{4\pi \cdot 8,859 \cdot 10^{-12} \text{A}^2 \text{kg}^{-1} \text{m}^{-3} \text{s}^4 \cdot (0,06 \text{m})^2} = 1,078 \cdot 10^3 \text{N}$$

b) Keď sa obe guľôčky dotknú, náboje sa vyrovnajú, takže celkový náboj pripadajúci na obidve guľôčky bude: $Q_{1,2} = 24 \cdot 10^{-6} \text{C} - 18 \cdot 10^{-6} \text{C} = 6 \cdot 10^{-6} \text{C}$

Po vzdialení sa oboch guľôčiek sa bude každá z nich vyznačovať rovnakým nábojom, t. j. :

$$Q_1 = 3 \cdot 10^{-6} \text{C}, Q_2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{C}$$

Pre veľkosť sily, ktorou sa budú guľôčky zo vzdialenosti $r = 6\text{cm}$ odpudzovať, platí:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1||Q_2|}{r^2} = \frac{3 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \text{C}}{4\pi \cdot 8,859 \cdot 10^{-12} \text{A}^2 \text{kg}^{-1} \text{m}^{-3} \text{s}^4 \cdot (0,06 \text{m})^2} = 22,46 \text{N}$$

1.3 Intenzita a indukcia elektrostatického poľa

Na popis silového elektrostatického poľa v okolí náboja, ktorý je v pokoji, je vhodné zaviesť novú veličinu, ktorú budeme nazývať **intenzita elektrostatického poľa** $\vec{E}$.

Intenzita elektrostatického poľa E náboja Q_1 je určená podielom elektrickej sily F_e , ktorou v danom mieste poľa pôsobí na daný bodový náboj Q_2 a veľkosti tohto náboja:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{Q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r^3} \vec{r} \quad (1.4)$$

Intenzita elektrického poľa sa číselne rovná sile, ktorá by v danom mieste pôsobila na jednotkový elektrický náboj. Intenzita elektrického poľa je vektorová veličina a vektor intenzity elektrického poľa v danom bode má smer sily, ktorá by v danom mieste pôsobila na kladný elektrický náboj.

Jednotka intenzity elektrického poľa je $[E] = \frac{N}{C} = \frac{\text{Jm}^{-1}}{C} = \text{Vm}^{-1}$ a jej rozmer v sústave SI je $\text{N/C} = \text{kgmA}^{-1}\text{s}^{-3}$. Z praktických dôvodov sa intenzita elektrického poľa vyjadruje v jednotkách $\text{V/m} = \text{Vm}^{-1}$.

Ak poznáme intenzitu elektrického poľa v určitom mieste, tak sila pôsobiaca v tomto mieste na ľubovoľný elektrický náboj Q je $\vec{F} = Q\vec{E}$. Veľkosť a smer sily $\vec{F}$ pôsobiacej na elektrický

náboj Q v elektrickom poli závisí od jeho polohy a teda je funkciou $\vec{r}$. To znamená, že aj intenzita poľa $\vec{E}$ je funkciou polohy $\vec{r}$, čiže $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$.

☞ Ak je pole vytvárané viacerými bodovými nábojmi Q_i platí:

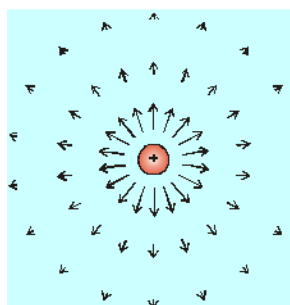
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{Q} = \frac{\sum_i \vec{F}_i}{Q} = \frac{\sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i Q}{r_i^3} \vec{r}_i}{Q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{Q_i}{r_i^3} \vec{r}_i$$

Rovnica je príkladom princípu superpozície, ktorý v tomto prípade hovorí, že výsledná intenzita elektrostatického poľa v danom mieste je vektorovým súčtom intenzít polí vytvorených jednotlivými nábojmi.

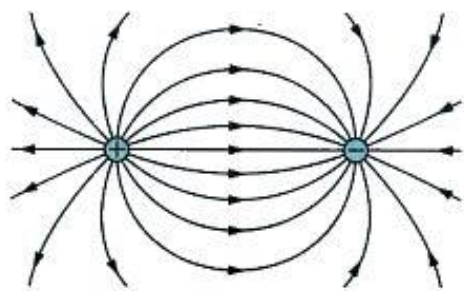
Intenzita poľa je vektorová veličina, ktorej smer a orientácia sú dané vektorom príslušnej sily.

Elektrostatické pole môžeme znázorniť pomocou **elektrických siločiar** (Obr.1.2). Ich vlastnosti možno zhrnúť takto:

1. Dotyčnica k siločiare v každom bode určuje smer intenzity $\vec{E}$ v tomto bode.
2. Počet siločiar na jednotku prierezu (kolmo k siločiarom) je úmerný veľkosti intenzity $\vec{E}$. Ak sú teda siločiare blízko k sebe, pole E je veľké, ak sú siločiare vzájomne vzdialené, pole E je malé.
3. Siločiare majú počiatok iba na kladných nábojoch a končia iba na záporných nábojoch.



(a)



(b)

Obr. 1.2: Tvary siločiar elektrostatického poľa

Podľa tvaru rozloženia siločiar rozdeľujeme elektrostatické pole na homogénne a nehomogénne. V homogénnom poli je hodnota intenzity všade konštantná a má rovnaký smer. S homogénnym elektrickým poľom sa stretávame napríklad v rovinnom kondenzátore. Nehomogénne sú všetky polia, pre ktoré neplatí predošlé tvrdenie. Špeciálnym prípadom nehomogénneho poľa je radiálne pole bodového náboja (obr. 1.2 (a)).

Elektrická indukcia vyjadruje podiel náboja Q indukovaného na ploche s elektrickou indukciou, ktorú označíme D :

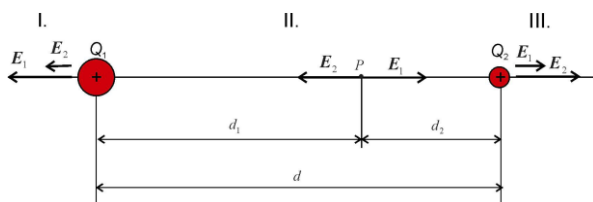
$$D = \frac{Q}{S} = \epsilon \cdot E \quad (1.5)$$

Jednotkou elektrickej indukcie je **coulomb na m²** $[D] = C \cdot m^{-2}$. Elektrická indukcia závisí od polohy vodiča v elektrostatickom poli. Ak je kovová platnička kolmo na smer silového pôsobenia, elektrická indukcia je maximálna. V inej polohe ju určujeme ako priemer vektora $D' = D \cdot \cos \alpha$. Elektrická indukcia je vektorová fyzikálna veličina, ktorá charakterizuje elektrické pole bez započítania vplyvu elektrických nábojov viazaných v prostredí – **dielektriku**, ale iba na základe "vonkajších" zdrojov poľa, teda voľných **elektrických nábojov**. Vzťah (1.5) vyjadruje závislosť dvoch charakteristických veličín – elektrickej indukcie a intenzity elektrického poľa.

Príklad 1.2

Vo vzdialenosti $r = 20\text{cm}$ od seba sú pevne uložené dva kladné elektrické náboje $Q_1 = 9\mu\text{C}$ a $Q_2 = 4\mu\text{C}$. V ktorom mieste na ich spojnici je intenzita elektrického poľa rovná nule?

Výsledná intenzita elektrostatického poľa sa rovná súčtu intenzít, ktorými prispievajú jednotlivé náboje k výslednej intenzite, teda $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Výsledná intenzita sa rovná nule, keď $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$.



Z obrázku je vidieť, že musí teda platiť: $E_1 = E_2$.

Pre intenzity teda platí:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{d_1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{(d - d_1)^2}$$

Po úprave dostaneme:

$$\frac{\sqrt{Q_1}}{d_1} = \frac{\sqrt{Q_2}}{(d - d_1)} \Rightarrow d_1 = \frac{d\sqrt{Q_1}}{\sqrt{Q_1} + \sqrt{Q_2}} = \frac{0,2\text{m} \cdot \sqrt{9 \cdot 10^{-6}\text{C}}}{\sqrt{9 \cdot 10^{-6}\text{C}} + \sqrt{4 \cdot 10^{-6}\text{C}}} = 0,12\text{m}$$

Príklad 1.3

V Bohrovom modeli atómu vodíka elektrón obieha okolo protónu po kruhových dráhach. Nájdite rýchlosť elektrónu na prvej Bohrovej dráhe, ak jej polomer je $0,52 \cdot 10^{-10}\text{m}$, hmotnosť elektrónu je $9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$ a náboj elektrónu je $1,602 \cdot 10^{-19}\text{C}$.

Dostredivá sila pri kruhovom pohybe je elektrická príťažlivá sila medzi elektrónom a protónom $F_e = \frac{m_e v^2}{r}$, odkiaľ pre rýchlosť elektrónu platí: $v = \sqrt{\frac{F_e \cdot r}{m_e}}$.

Elektrickú silu určíme z Coulombovho zákona

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12}} \frac{(1,602 \cdot 10^{-19})^2}{(0,52 \cdot 10^{-10})^2} N = 8,530 \cdot 10^{-8} N$$

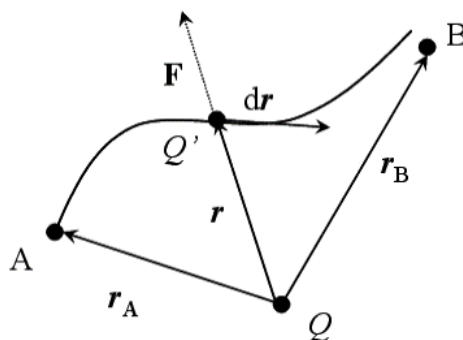
a pre rýchlosť dostávame

$$v = \sqrt{\frac{8,530 \cdot 10^{-8} \cdot 0,52 \cdot 10^{-10}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} ms^{-1} = 2,20 \cdot 10^6 ms^{-1}$$

Rýchlosť elektrónu na obežnej dráhe je $2,25 \cdot 10^6 ms^{-1}$.

1.4 Práca elektrostatického poľa

Majme elektrostatické pole vytvorené bodovým elektrickým nábojom Q umiestneným v počiatku súradnicovej sústavy (Obr. 1.3).



Obr. 1.3: Práca v elektrostatickom poli náboja Q

V tomto elektrickom poli na ďalší bodový elektrický náboj Q' pôsobí sila

$$\vec{F}_{el} = q\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ'}{r^3} \vec{r} \quad (1.6)$$

Pri posunutí elektrického náboja Q' z bodu A do bodu B sila elektrického poľa vykoná prácu

$$W_{AB} = \int_{r_A}^{r_B} \vec{F}_{el} d\vec{r} \quad (1.7)$$

Nech elektrické pole $\vec{E}$ je vytvorené kladným bodovým nábojom Q a $\vec{r}$ je polohový vektor náboja Q' vzhľadom na náboj Q . Práca vykonaná poľom náboja Q je potom:

$$W = \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{QQ'}{r^3} \vec{r} d\vec{r} = \frac{QQ'}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{QQ'}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B} = \frac{QQ'}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \quad (1.8)$$

Pri úprave rovnice sme využili fakt, že $\vec{r} \cdot d\vec{r} = r \cdot dr$, lebo v prípade radiálneho poľa oba vektory majú rovnaký smer.

Je zrejmé, že práca vykonaná elektrostatickým poľom pri prenesení náboja Q' medzi dvoma bodmi nezávisí od dráhy, po ktorej náboj prenášame, ale iba od začiatkovej a konečnej polohy prenášaného náboja. Je tiež vidno, že ak sa náboj Q' pohybuje z jedného bodu späť do toho istého bodu po uzavretej dráhe (krivke), práca elektrostatickej sily je rovná nule. Je to základná vlastnosť elektrostatického poľa a môžeme ju vyjadriť vzťahom (1.9):

$$\oint_L \vec{E} d\vec{r} = 0 \quad (1.9)$$

Táto rovnica hovorí, že elektrostatická sila je konzervatívna sila, takže pre elektrostatické pole je možné definovať potenciálnu energiu a potenciál.

V elektrostatickom poli bodového elektrického náboja, podobne ako v gravitačnom poli hmotného bodu, za vzťažné miesto obyčajne volíme nekonečno a potenciálnu energiu v nekonečne kladieme rovnú nule. Pre potenciálnu energiu dvoch bodových elektrických nábojov Q a Q' vzdialených o r potom dostávame:

$$E_p(r) = W_{r,\infty} = \frac{QQ'}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_\infty}^{r_\infty} = \frac{QQ'}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_\infty} \right) = \frac{QQ'}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (1.10)$$

Práca, ktorá sa vykoná pri presune náboja Q' v elektrostatickom poli náboja Q z bodu A do bodu B, sa potom vyjadrí ako rozdiel potenciálnych energií v daných bodoch, $W = \Delta E_p = E_p(r_A) - E_p(r_B)$. Keďže v homogénnom elektrostatickom poli je intenzita všade konštantná, potom pre prácu vykonanú pri prenesení náboja Q' o vzdialenosť d platí $W = q \cdot E \cdot d$.

Príklad 1.4

Dva protóny v jadre hélia sú vzdialené od seba o vzdialenosť $R = 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ m}$. Aká práca sa musela vykonať, aby sme protóny do tejto vzdialenosti dostali?

Práca externej sily pri prenesení dvoch elektrických nábojov rovnakej polarita z nekonečna do vzdialenosti R je rovnaká ako práca elektrostatickej odpudivej sily medzi týmito elektrickými nábojmi pri ich vzdialení z daného miesta do nekonečna. Preto platí.

$$W = \int_R^\infty \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^3} \vec{r} d\vec{r} = \int_R^\infty \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} dr = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R} = 1,538 \cdot 10^{-13} \text{ J} \cong 1 \text{ MeV}$$

1.5 Potenciál elektrostatického poľa

Pri charakterizovaní elektrického poľa pomocou vektora intenzity elektrického poľa sme vychádzali z vyjadrenia sily pôsobiacej na bodový náboj. Analogicky môžeme v každom bode elektrostatického poľa určiť potenciálnu energiu, ktorú by mal v danom mieste skúšobný náboj. Samozrejme, že potenciálna energia by bola rôzna pre rôzne náboje. Podiel potenciálnej energie a náboja však bude veličina charakterizujúca iba samotné skúmané elektrické pole. Takúto veličinu nazývame **potenciál elektrického poľa** a označujeme symbolom φ .

Nech elektrický náboj Q je náboj, ktorého elektrické pole chceme charakterizovať. Potom podľa (1.10) a predchádzajúcej úvahy

$$\varphi(r_A) = \frac{E_p(r_A)}{Q'} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A} \quad (1.11)$$

Potenciál elektrického poľa v určitom mieste sa číselne rovná práci, ktorú by vykonala sila poľa na prenesenie jednotkového kladného elektrického náboja z daného miesta do vzťažného miesta (v tomto prípade do nekonečnej vzdialenosti).

Pomocou práce sily elektrického poľa sme definovali potenciálnu energiu pre určitý elektrický náboj v danom mieste elektrického poľa. Ekvivalentná je preto nasledovná názorná definícia elektrického potenciálu:

Potenciál v nejakom bode elektrostatického poľa sa rovná potenciálnej energii ľubovoľného elektrického náboja v danom mieste delenej týmto nábojom.

Pre elektrostatický potenciál bola zavedená samostatná jednotka **volt**², značka **V**. Rozmer tejto jednotky je $[\varphi] = V = J \cdot C^{-1}$. Slovom môžeme povedať: medzi dvoma bodmi je rozdiel potenciálu 1 volt, ak pri prenose náboja 1 coulomb medzi týmito dvoma bodmi vykonáme prácu 1 joule.

Potenciál elektrostatického poľa sa dá zapísať pomocou intenzity elektrostatického poľa aj ako

$$\varphi(r) = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad (1.12)$$

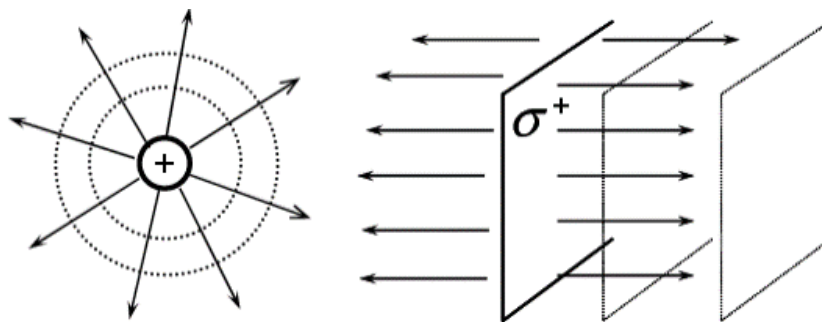
 Definíciu elektrického potenciálu môžeme zovšeobecniť na sústavu bodových elektrických nábojov pomocou princípu superpozície. Ak máme sústavu bodových elektrických nábojov Q_i , tak potenciál elektrického poľa sústavy v určitom bode je súčtom elektrických potenciálov od jednotlivých elektrických nábojov

$$\varphi = \sum_i \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{Q_i}{r_i}$$

Množina bodov, v ktorých má elektrický potenciál rovnakú hodnotu, je **ekvipotenciálna hladina**. Pri pohybe elektrického náboja po ekvipotenciálnej hladine sila poľa nekoná žiadnu prácu. Siločiaru preto musia byť kolmé na ekvipotenciálne hladiny. Dôkaz tohto tvrdenia je jednoduchý. Ak by neboli, potom by bola nenulová zložka intenzity elektrického poľa v smere dotýčnice ku ekvipotenciálnej hladine a práca elektrostatickej sily odpovedajúcej tejto zložke intenzity elektrického poľa by bola rôzna od nuly. Ekvipotenciálne hladiny pre bodový elektrický náboj sú sústredné guľové plochy. V homogénnom poli, napr. v okolí nekonečnej nabitej roviny, sú ekvipotenciálne hladiny rovnobežné roviny kolmé na siločiaru.

² ALESSANDRO VOLTA (1754 – 1827) taliansky vynálezca, fyzik (venoval sa elektrine). Vytvoril ako prvý galvanickú batériu, ktorá dostala pomenovanie Voltov článok.

Ekvipotenciálne hladiny pre konštantné elektrické pole a pole bodového elektrického náboja sú zobrazené na obr. 1.4.



Obr. 1.4: Ekvipotenciálne hladiny pre homogénne elektrické pole

Príklad 1.5

Z vodivej mydlovej bubliny polomeru $r = 2\text{cm}$ a nabitej na potenciál $\varphi = 10^4\text{V}$ vznikne po prasknutí kvapka vody s polomerom $r_1 = 0,05\text{cm}$. Aký veľký je potenciál φ_1 kvapky?

Potenciál bubliny pre prasknutím bol
$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

z čoho pre náboj uložený na bubline vyplýva
$$Q = \varphi \cdot r \cdot 4\pi\epsilon_0$$

Potenciál guľôčky vzniknutej prasknutím bubliny potom bude

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\varphi \cdot r \cdot 4\pi\epsilon_0}{r_1} = \varphi \frac{r}{r_1} = 10000\text{V} \cdot \frac{0,02\text{m}}{0,0005\text{m}} = 400 \cdot 10^3\text{V}$$

1.6 Elektrické napätie

Potenciál sme zaviedli pomocou práce. V dôsledku toho prácu na prenesenie elektrického náboja v elektrickom poli môžeme vyjadriť aj pomocou rozdielu elektrických potenciálov. Vzťah (1.8) vyjadrujúci prácu elektrického poľa pri prenesení bodového elektrického náboja v poli iného bodového elektrického náboja môžeme upraviť na súčin

$$W = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) = q \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_A} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_B} \right) = q(\varphi(r_A) - \varphi(r_B)) \quad (1.13)$$

Práca, ktorú sily elektrického poľa vykonajú na prenesenie elektrického náboja sa rovná súčinu náboja a rozdielu elektrických potenciálov v počiatočnej a konečnej polohe. Na charakterizovanie elektrického poľa definujeme elektrické napätie medzi dvomi bodmi elektrického poľa.

Elektrické napätie medzi dvomi bodmi elektrostatičného poľa sa rovná práci na prenesenie jednotkového kladného elektrického náboja medzi týmito bodmi elektrického poľa.

Ako vyplýva z (1.13) **elektrické napätie** sa rovná rozdielu potenciálov

$$U_{AB} = \frac{W}{q} = \Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B \quad (1.14)$$

Jednotka napätia je rovnaká ako jednotka potenciálu, teda **volt (V)**. Medzi dvoma bodmi elektrického poľa je elektrické napätie 1 volt, ak pri prenesení elektrického náboja 1 C medzi týmito bodmi treba vykonať prácu 1 J, alebo sa získa energia 1 J. Definície, ktoré sme tu zaviedli pre elektrické pole bodového elektrického náboja, platia pre ľubovoľné elektrické pole.

Vo fyzike sa často, hlavne vo fyzike atómov a molekúl a fyzike elementárnych častíc ako jednotka energie používa **elektrónvolt** (skratka eV). Elektrónvolt sa rovná práci, ktorú elektrické pole vykoná pri prenesení elementárneho elektrického náboja $1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}$ medzi dvoma miestami v elektrickom poli, ktorých rozdiel elektrických potenciálov sa rovná 1 V.

Elektrické napätie môžeme vyjadriť aj pomocou intenzity elektrického poľa a platí

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \int_{r_A}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r} - \int_{r_B}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{r_A}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_{\infty}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad (1.15)$$

Elektrické napätie medzi dvoma bodmi elektrostatičného poľa sa rovná integrálu elektrickej intenzity tohto poľa po ľubovoľnej krivke spájajúcej dané dva body.

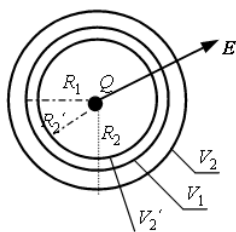
Príklad 1.7

Ekvipotenciálna hladina prechádza bodom poľa s intenzitou $E_1 = 5 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$, vzdialeným od elektrického náboja, ktorý toto pole vytvára o $R_1 = 2,5 \text{ cm}$. V akej vzdialenosti od elektrického náboja máme viesť ďalšiu ekvipotenciálnu hladinu, aby napätie medzi ekvipotenciálnymi hladinami bolo 25V ?

Ekvipotenciálne hladiny elektrostatičného poľa v okolí bodového elektrického náboja sú sústredné guľové plochy a siločiar sú z elektrického náboja radiálne vystupujúce vektory. Pre veľkosť intenzity vo vzdialenosti R_1 od bodového elektrického náboja Q platí:

$$E_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} \quad \text{a} \quad \text{elektrický potenciál na tejto ekvipotenciálnej hladine je}$$

$$\varphi_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1} = E_1 \cdot R_1.$$



Hľadáme polomery ekvipotenciálnych hladín R_2, R_2' , pre ktoré má platiť:

$$\varphi_2 = \varphi_1 - \Delta\varphi, \text{ resp. } \varphi_2' = \varphi_1 + \Delta\varphi.$$

Dosadením výrazov pre elektrické potenciály φ_2, φ_1 resp. φ_2' platí:

$$\varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{E_1 \cdot R_1^2}{R_2}, \quad \varphi_1 = E_1 \cdot R_1.$$

Dostaneme rovnicu, z ktorej vyjadríme polomer hľadanej ekvipotenciálnej plochy:

$$\frac{E_1 R_1^2}{R_2} = E_1 R_1 - \Delta\varphi \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{E_1 R_1^2}{E_1 R_1 - \Delta\varphi} \text{ resp. } R_2' = \frac{E_1 R_1^2}{E_1 R_1 - \Delta\varphi}.$$

Po dosadení číselných hodnôt dostaneme polomery $R_2 = 3,125\text{cm}$ a $R_2' = 2,08\text{cm}$.

1.7 Kapacita vodiča

Dôležitou vlastnosťou vodiča, sústavy vodičov a telies je schopnosť akumulovať elektrický náboj. Táto vlastnosť má veľké praktické využitie v prvkoch elektrických obvodov a zariadení, ktoré voláme **kondenzátory**. Pri nabíjaní vodičov zistíme, že rôzne telesá nabité rovnakým nábojom majú rôzny potenciál. Tento potenciál závisí od veľkosti a tvaru telesa, vzdialenosti od ostatných telies ako i prostredia, v ktorom sú uložené. Potenciál každého telesa je v bežných prostrediach priamoúmerný náboju $Q = C \cdot \varphi$. Konštantu úmernosti C , ktorá charakterizuje schopnosť hromadiť istý elektrický náboj, nazývame **kapacita**. Kapacitu vodiča možno definovať vzťahom:

$$C = \frac{Q}{\varphi} \quad (1.16)$$

Jednotkou kapacity v sústave SI je **farad (F)**. Jeden farad je kapacita vodiča, ktorý sa nábojom 1C nabije na potenciál 1V, teda $[F] = C \cdot V^{-1}$. V technickej praxi sa kapacita meria v menších jednotkách ako sú $1\mu F = 10^{-6} F$, $1nF = 10^{-9} F$, $1pF = 10^{-12} F$.

Elektrická kapacita, aj keď je definovaná pomocou elektrického náboja na vodiči, nezávisí od tohto náboja, je iba funkciou tvaru vodiča, resp. zoskupenia vodičov. Výpočet elektrickej kapacity je vo všeobecnosti veľmi zložitý problém. Najjednoduchšie je určiť elektrickú kapacitu osamelej gule. Ak je na guli elektrický náboj Q , potom jej elektrický potenciál je rovnaký ako elektrický potenciál poľa rovnakého elektrického náboja, umiestneného v jej strede a pre elektrickú kapacitu voľovej gule platí

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \quad \Rightarrow \quad C = 4\pi\epsilon_0 R \quad (1.17)$$

Kapacita osamotených vodičov je veľmi malá. Napríklad guľový vodič s polomerom 9cm vo vákuu má podľa (1.17) kapacitu len $10pF$.

Väčšiu kapacitu má sústava dvoch navzájom izolovaných vodičov, ktorú nazývame **kondenzátor**. Pokiaľ majú spomínané vodiče rovnako veľké náboje opačných znamienok, hovoríme, že kondenzátor je nabitý. Jeho kapacitu určíme zo vzťahu:

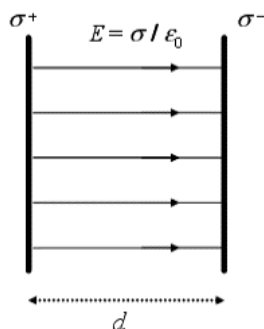
$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{Q}{U} \quad (1.18)$$

kde U je napätie medzi vodičmi s potenciálmi φ_1 a φ_2 . V zásade rozlišujeme tri druhy kondenzátorov: doskový, guľový a valcový, pričom každý z nich má svoje modifikácie.

1.7.1 Kapacita doskového kondenzátora

Doskový kondenzátor tvoria dve rovinné kovové platne (Obr.1.5).

Privedieme na jednu z dosiek kondenzátora elektrický náboj Q a na druhú rovnako veľký opačný elektrický náboj $-Q$. Elektrické náboje sa rozložia po ich povrchu približne rovnomerne s plošnými hustotami σ^+ a σ^- . Ak je vzdialenosť dosiek oveľa menšia ako rozmery dosiek, môžeme tieto považovať za nekonečne veľké. Nech plošný obsah každej z dosiek je S , potom elektrický náboj na kladnej doske je $Q = \sigma S$.



Obr.1.5: Intenzita elektrostatického poľa medzi platňami doskového kondenzátora

Elektrické pole medzi doskami môžeme považovať za homogénne s intenzitou $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ kolmou na povrch dosiek. Napätie medzi doskami podľa Obr. 1.5 je

$$U_{12} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = Ed = \frac{\sigma}{\epsilon} d = \frac{Q}{S\epsilon} d \quad (1.19)$$

Po dosadení do (1.18) sa elektrická kapacita doskového kondenzátora rovná

$$C = \frac{S\epsilon}{d} \quad (1.20)$$

Elektrická kapacita doskového kondenzátora je priamo úmerná plošnému obsahu dosiek a nepriamo úmerná vzájomnej vzdialenosti dosiek, pričom permitivita $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ vyjadruje vplyv materiálu dielektrika (medzi doskami kondenzátora) na veľkosť kapacity.

1.7.2 Energia kondenzátora a energia elektrického poľa

Jednoduchými pokusmi sa môžeme presvedčiť, že elektrostatické pole má svoju energiu, ktorá vyjadruje schopnosť konať prácu na úkor zmeny tohto poľa. Ak dosky nabitého kondenzátora spojíme vodičom, potom elektrický prúd vyvinie na vodiči teplo, ktorého veľkosť bude súvisieť so zmenou elektrického náboja a teda aj intenzity elektrického poľa v kondenzátore. V súlade so zákonom zachovania energie musí mať elektrostatické pole energiu, ktorá sa pri vybíjaní kondenzátora premení na inú formu. Zo zákona zachovania energie je zrejmé, že táto energia sa musí rovnať práci na nabitie pôvodne nenabitého kondenzátora, to znamená na postupné prenesenie kladného elektrického náboja zo zápornej dosky na kladnú.

Predstavme si, že máme izolovaný kondenzátor a že elektrický náboj prenášame cez priestor medzi doskami kondenzátora. Na prenesenie prvého nekonečne malého kladného elektrického náboja dQ nie je potrebná práca. Tento elektrický náboj však vytvorí medzi doskami kondenzátora elektrostatické pole a pri prenášaní ďalšieho elektrického náboja dQ proti prenášaní elektrického náboja už pôsobí sila elektrostatického poľa. Ak je kondenzátor nabitý elektrickým nábojom Q na napätie U , je na prenesenie ďalšieho náboja dQ potrebná elementárna práca

$$dW = U \cdot dQ = \frac{QdQ}{C} \quad (1.21)$$

Celá práca potrebná na nabitie pôvodne nenabitého kondenzátora, to znamená na postupné prenesenie celého náboja Q na kladnú dosku, je

$$W = \int_0^Q \frac{QdQ}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2 \quad (1.22)$$

Energia kondenzátora je sústredená v elektrickom poli medzi doskami kondenzátora. Vedie k tomu jednoduchá úvaha. Majme izolovaný rovinný kondenzátor nabitý určitým elektrickým nábojom. Z plošnej hustoty náboja vyplýva intenzita elektrického poľa daná vzťahom $E = \sigma / \varepsilon_0$. Ak dosky kondenzátora oddialime, bude na nich rovnaký elektrický náboj a tiež aj intenzita elektrického poľa, pretože zostala rovnaká hustota náboja. Väčšia však bude energia kondenzátora. Na oddialenie dosiek kondenzátora sme museli vynaložiť prácu. Zvýšenie energie je spojené so zväčšením priestoru, v ktorom je elektrické pole. Zovšeobecnením tejto úvahy je tvrdenie: elektrické pole má energiu. V elektrostatike úvahy o energii elektrostatického poľa vyplývajú z potenciálnej energie elektrického náboja na doskách kondenzátora, čiže ide vlastne o potenciálnu energiu sústavy elektrických nábojov E_{pe} .

Príklad 1.11

Kondenzátor kapacity $C_1 = 4\mu F$ bol nabitý na potenciálový rozdiel $U_0 = 100V$ a odpojený od zdroja napätia. Ku kondenzátoru paralelne pripojíme nenabitý kondenzátor kapacity $C_2 = 6\mu F$. Vypočítajte napätie na sústave kondenzátorov, energiu sústavy kondenzátorov, porovnajte ju s pôvodnou energiou prvého nabitého kondenzátora a vysvetlite zmenu, ktorá nastala.

Pri paralelnom zapojení kondenzátorov výsledná kapacita $C = C_1 + C_2$. Náboj na sústave kondenzátorov bude rovnaký a z toho pre napätie na sústave paralelne spojených kondenzátorov dostávame:

$$C_1 U_0 = (C_1 + C_2) U \quad \Rightarrow \quad U = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_0 = \frac{4 \cdot 10^{-6} F}{4 \cdot 10^{-6} F + 6 \cdot 10^{-6} F} 100V = 40V.$$

$$\text{Energia sústavy kondenzátorov } W = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) U^2 = \frac{1}{2} \cdot 10^{-5} F \cdot 40V = 8 \cdot 10^{-3} J.$$

$$\text{Energia nabitého prvého kondenzátora je } W_1 = \frac{1}{2} C_1 U^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-6} F \cdot 100V = 2 \cdot 10^{-2} J.$$

Rozdiel pôvodnej energie a energie po pripojení druhého kondenzátora bude

$$\Delta W = W_1 - W = 2 \cdot 10^{-2} \text{ J} - 0,8 \cdot 10^{-2} \text{ J} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

Otázkou je, kam sa stratila táto energia? Pri pripojení nenabitého kondenzátora vodičom musel pretekať prúd, uvoľnilo sa teplo v prírodných vodičoch a to je tá chýbajúca energia.

1.7.3 Parametre a typy kondenzátorov

Najdôležitejšími parametrami kondenzátorov sú *menovitá kapacita* (charakteristický parameter) a *menovité napätie* (medzný parameter). Menovitá kapacita odpovedá kapacite kondenzátora s určitou toleranciou a menovité napätie je najvyššia hodnota napätia, ktorú kondenzátor znesie bez poškodenia. Kondenzátory sa, podobne ako rezistory, vyrábajú v kapacitných radoch, pričom najčastejšie bývajú rady E6 a E12 [14]. Ďalšími parametrami sú:

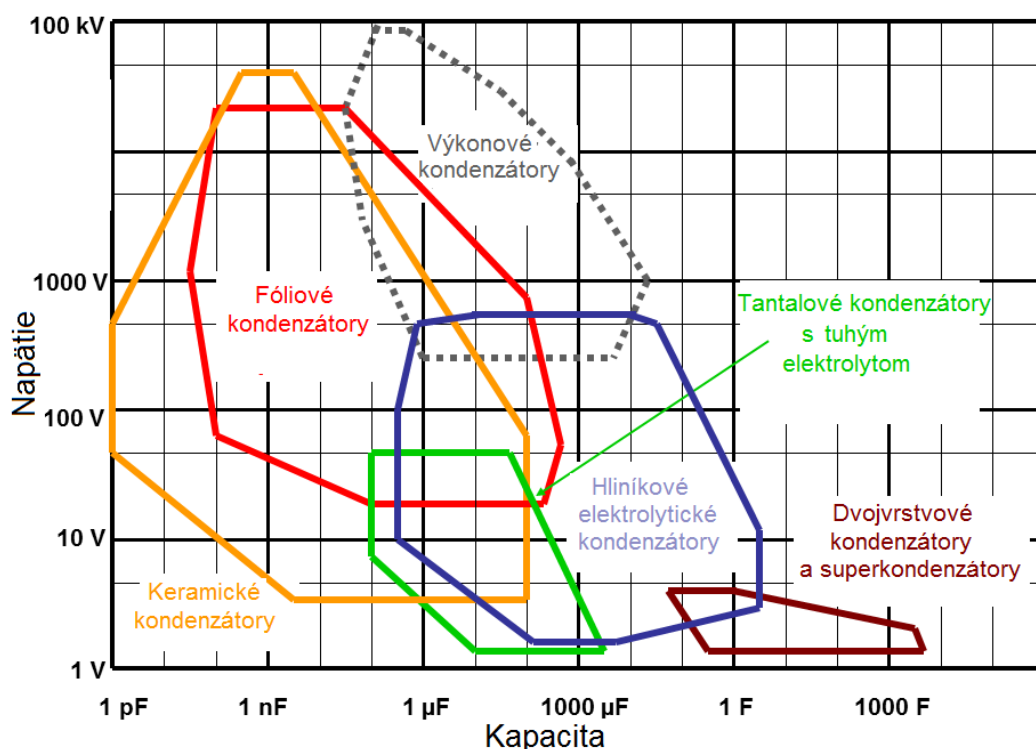
- presnosť kapacity
- stratový činiteľ ($\tan \delta$)
- teplotný súčiniteľ kapacity
- izolačný odpor a iné

Kondenzátory možno z hľadiska konštrukcie rozdeliť do nasledujúcich skupín:

- keramické
- fóliové
- elektrolytické
 - s tuhým dielektrikom
 - s kvapalným dielektrikom
- superkondenzátory
 - dvojvrstvové
 - pseudokondenzátory
 - hybridné

Rozdelenie do vyššie uvedených skupín je určené typom dielektrika použitým v kondenzátore. Jednotlivé typy kondenzátorov sa líšia svojimi vlastnosťami a rozsahmi hodnôt charakteristických a medzných parametrov, čo podmieňuje ich použiteľnosť v konkrétnej aplikácii. Na Obr.1.6 sú vyznačené rozsahy menovitých hodnôt napätí a kapacít rôznych typov kondenzátorov.

Keramické kondenzátory používajú ako dielektrikum keramický materiál. Pozostáva z dvoch alebo viacerých striedajúcich sa vrstiev keramického materiálu a kovových elektród. Majú obvykle malé rozmery vďaka veľmi vysokej hodnote relatívnej permitivity použitého dielektrika (až do hodnôt 10^4). Na Obr.1.6 je vidieť, že keramické kondenzátory dosahujú vysoké hodnoty menovitých napätí, rádovo až desiatok kV. Keramické kondenzátory sa delia do dvoch tried, pričom kondenzátory prvej triedy sa vyznačujú vysokou stabilitou a nízkymi stratami a používajú sa v hlavne v rezonančných obvodoch a kondenzátory druhej triedy sa vyznačujú vysokými hodnotami kapacity na jednotku plochy dielektrika ale nižšou presnosťou a vyššou teplotnou závislosťou a sú používané predovšetkým ako blokovacie resp. filtrovacie kondenzátory.



Obr.1.6 Rozsahy menovitých napätí a kapacít rôznych typov kondenzátorov [16]

Fóliové kondenzátory majú dielektrikum z umelej hmoty obvykle s pokovenými elektródami z hliníku alebo zinku nanesenými priamo na plochu dielektrika alebo osobitnou fóliou položenou na umelohmotnom dielektriku. Tieto vrstvy bývajú zvinuté do tvaru valca a často sploštené z dôvodu úspory miesta na doskách plošných spojov alebo vytvorené z viacerých vrstiev zložených na sebe. Fóliové kondenzátory majú obvykle väčšie rozmery pretože používané dielektrikum má nízku relatívnu permitivitu (rádovo jednotky) avšak vyznačujú sa veľkou presnosťou kapacity, dobrými vysokofrekvenčnými vlastnosťami, veľmi dobrou teplotnou stabilitou a nízkymi hodnotami zvodových prúdov. Osobitnou kategóriou sú *výkonové kondenzátory*, ktoré konštrukčne odpovedajú fóliovým kondenzátorom ale z historických dôvodov tvoria osobitnú skupinu, s určením pre výkonové aplikácie.

Elektrolytické kondenzátory majú veľmi veľké hodnoty kapacity na jednotku objemu vďaka použitiu porézneho dielektrika (veľká hodnota plochy S) a malej vzdialenosti d . Kontakt katódy (zápornej elektródy) je tvorený kovovým puzdrom alebo kovovou fóliou pripevnenou na puzdro. Samotná katóda má formu vodivého elektrolytu (tuhého alebo kvapalného), ktorý privádza elektrický prúd k dielektriku tvoreného obvykle oxidom kovu (napr. tantalu) vytvoreného pri priechode jednosmerného elektrického prúdu. Anódu tvorí kovová fólia (napr. z hliníku alebo spekaného práškového tantalu), obvykle leptaná z dôvodu zväčšenia plochy. Tieto kondenzátory je nutné správne polarizovať pretože pri prepólovaní dochádza k odformovaniu dielektrika s následnou tvorbou plynov a tepla.

Superkondenzátory sú kondenzátory, ktoré tiež využívajú elektrolyt avšak na rozdiel od elektrolytických kondenzátorov v ktorých elektrolyt predstavuje katódu, tvorí elektrolyt v superkondenzátoroch vodivé spojenie medzi elektródami. Superkondenzátory majú najvyššiu hodnotu energie pripadajúcej na jednotku objemu v porovnaní s inými kondenzátormi. Superkondenzátory využívajú dva rôzne princípy uchovávaní náboja a delia sa na: dvojvrstvové kondenzátory a pseudokondenzátory. V dvojvrstvových kondenzátoroch sa využíva oddelovanie náboja v Helmholtzovej dvojvrstve na rozhraní medzi elektródou a elektrolytom. Hrúbka separácie náboja je okolo 0,3-0,8 nm, teda omnoho menej ako

v konvenčných kondenzátoroch. V pseudokondenzátoroch sa náboj uchováva elektrochemickou cestou prostredníctvom redoxných reakcií na povrchu elektród. Na Obr.1.7 sú znázornené rôzne typy kondenzátorov používaných v praxi.



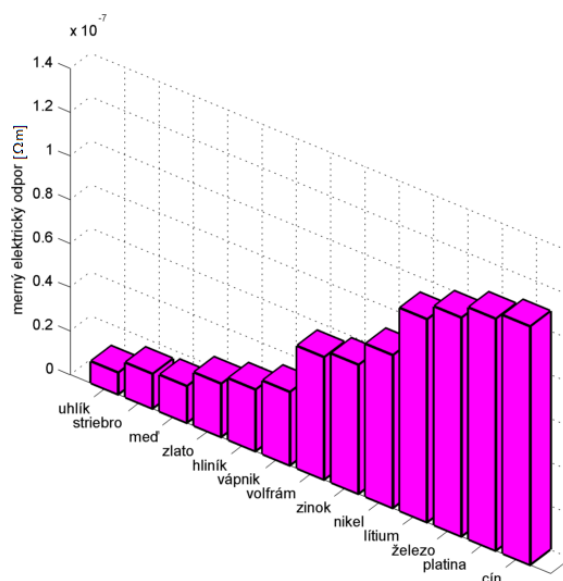
Obr.1.7 Rôzne typy kondenzátorov [15]

1.8 Delenie materiálov z hľadiska ich vodivosti

Elektrická vodivosť vyjadruje schopnosť daného materiálu viesť *elektrický prúd*. Elektrická vodivosť je vlastnosťou daného materiálu, ktorá sa vyjadruje všeobecne pomocou *merného elektrického odporu* vyjadrujúcej elektrický odpor vodiča s dĺžkou 1m a prierezu 1m² (označenie ρ a jednotka $\Omega \cdot m$). Hodnota merného elektrického odporu toho ktorého materiálu závisí od počtu voľných nosičov náboja na základe čoho je možné materiály rozdeliť do troch skupín [8]:

- I. *Vodiče*
 - a. *Vodiče prvého druhu* (všetky kovy a zliatiny, uhlík)
 - b. *Vodiče druhého druhu* (roztavené soli a vodné roztoky solí, kyselín a zásad)
- II. *Izolanty (dielektriká)* (napr. vzduch, sklo, chemicky čistá voda a i.)
- III. *Polovodiče* (kremík, germánium, selén a i.)

Kryštalická mriežka kovov je tvorená kladnými iónmi, medzi ktorými sa (ak nepôsobí vonkajšie elektrické pole) pohybujú voľné elektróny rôznymi smermi a rýchlosťami. Práve tieto voľné nosiče náboja (*elektróny*) sú zdrojom veľmi dobrej elektrickej vodivosti kovov. Vo vodičoch druhého druhu dochádza k rozpadu časti molekúl soli, kyseliny alebo zásady na kladné a záporné ióny. V prípade vodičov druhého druhu sú teda nosičmi náboja *ióny*. V izolantoch je za normálnych podmienok počet voľných nosičov náboja veľmi malý, pretože väčšina častíc je viazaná k časticiam s opačným nábojom čo neumožňuje ich voľný pohyb. Ďalšou skupinou materiálov sú polovodiče, ktorých vodivosť sa nachádza medzi vodivosťou izolantov a kovov. Polovodiče obsahujú veľké množstvo elektrónov iba slabo viazaných v atómoch. Najdôležitejšou vlastnosťou polovodičov je závislosť ich vodivosti na koncentrácii rôznych prímiesí, čím je možné vytvoriť súčiastky používané pre zosilnenie signálov, spínanie alebo premenu energie. Porovnanie niektorých druhov kovov z hľadiska ich merného elektrického odporu je možné vidieť na Obr. 1.8.



Obr.1.8 Porovnanie merného elektrického odporu niektorých materiálov

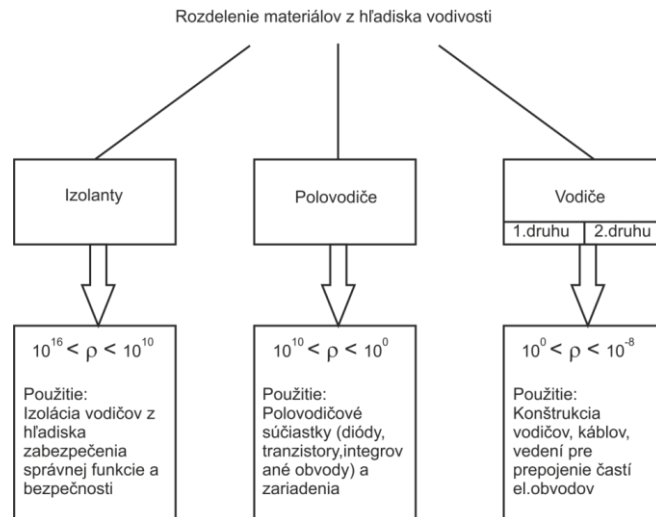


Väčšina vodičov je vyrobená z medi alebo hliníka. Napriek tomu, že elektrický merný odpor hliníka je približne o 40% väčší (viď Obr.1.8), je nutné vziať do úvahy že hliník je ľahší a lacnejší. Pre konštrukciu nadzemných vedení sa používa jadro z ocele alebo zliatiny hliníka obklopené hliníkom. Vodiče týchto vedení sú potom zavesené na keramických alebo porcelánových izolátoroch, ktoré môžu byť pokryté gumou, polyetylénom, azbestom alebo termoplastom.

Na Obr.1.9 je možné grafické znázornenie rozdelenia materiálov podľa ich elektrického merného odporu s vyznačením ich využitia v elektrotechnike a elektronike. Izolanty ako nevodivé materiály majú samozrejme svoj význam pri zabezpečení správnej funkcie elektrických obvodov a bezpečnosti (napr. prevencia voči skratu dotykom vodičov alebo zamedzenie odrazov elektromagnetických vĺn v koaxiálnych kábloch a pod.). Polovodičové materiály sú základom pre výrobu elektronických súčiastok (diódy, tranzistory, integrované obvody a i.), ktoré sa používajú v zariadeniach s extrémne širokým spektrom použiteľnosti (spotrebiteľská elektronika, počítače, vybavenie automobilov, domáce spotrebiče a množstvo ďalších). Vodiče prvého druhu (kovy) sa potom používajú predovšetkým pre konštrukciu káblov a vedení, ktoré slúžia pre vodivé prepojenie jednotlivých častí obvodu. Vodiče druhého druhu (roztoky) sa môžu použiť napr. pri konštrukcii niektorých typov zdrojov (akumulátory).

1.9 Elektrický prúd

Ak vystavíme vodič účinkom elektromagnetického poľa, začne na častice s nábojom pôsobiť sila v dôsledku čoho sa začnú pohybovať. Smer pohybu týchto častíc závisí od znamienka ich náboja, s tým, že častice s kladným nábojom sa budú pohybovať v smere siločiar elektrického poľa a častice so záporným nábojom proti smeru siločiar elektrického poľa.



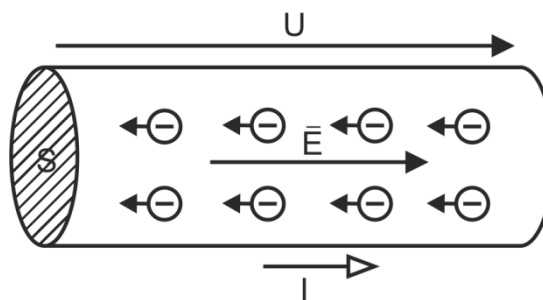
Obr.1.9 Použitie jednotlivých typov materiálov podľa ich merného elektrického odporu

Elektrický prúd nazývame usporiadaný pohyb častí s nábojom, ktorý nastáva v dôsledku pôsobenia elektrického poľa. Veličinu označujeme písmenom I a jednotkou elektrického prúdu je **ampér** [A].

Veľkosť elektrického prúdu je daná množstvom náboja, ktorý prejde prierezom vodiča za jednotku času čo možno vyjadriť:

$$I = \frac{Q}{t}, \text{ resp. } i = \frac{dq}{dt} \quad (1.23)$$

Prvý vzťah platí v prípade, že sa veľkosť elektrického prúdu v čase nemení (jednosmerný prúd). Druhý vzťah platí v prípade časovo premenného elektrického prúdu (striedavý prúd), kedy je okamžitá hodnota prúdu označená i daná rýchlosťou zmeny veľkosti elektrického náboja, ktorý prejde prierezom vodiča za jednotku času.



Obr.1.10 Znáznornenie elektrického prúdu – elektróny ako častice so záporným nábojom sa pohybujú proti smeru siločiar vyjadreného smerom vektora intenzity el.poľa. Plocha prierezu vodiča je označená S .

Elektrický prúd je veličina skalárna, orientovaná čo znamená, že v elektrických obvodoch sa jeho smer vyznačuje (šípkou) a za dohodnutý smer sa považuje smer pohybu častí s kladným nábojom (teda opačný ako smer pohybu elektrónov). Bez prítomnosti el.poľa sa pohybujú elektróny náhodnými smermi pomerne veľkými rýchlosťami (asi 10^6 m/s), pričom dochádza k neustálým zrážkam týchto elektrónov s atómami kryštálovej mriežky materiálu. *Priemerná*

rýchlosť pohybu elektrónov je v tomto prípade nulová. Po vložení materiálu do elektrického poľa dochádza k usporiadanému pohybu elektrónov avšak ich dodatočnú kinetickú energiu pomerne rýchlo odovzdávajú pri zrážkach s atómami mriežky. Za krátky čas medzi zrážkami sa pohybujú priemernou rýchlosťou, ktorá sa nazýva **driftová** (tá je výrazne nižšia ako rýchlosť pohybu jednotlivých elektrónov).

Príklad 1.12

Určte aký prúd preteká medeným vodičom ak má priemer 0,815 mm a driftová rýchlosť pohybu elektrónov je $3,54 \cdot 10^{-2}$ mm/s. Uvažujme, že na každý atóm pripadá jeden voľný elektrón.

Ak uvažujeme, že objemová koncentrácia voľných častíc s nábojom je n_q a každý z nich má elektrický náboj veľkosti q , môžeme napísať pre celkový náboj ΔQ , ktorý prejde prierezom vodiča s plochou S za čas Δt s driftovou rýchlosťou v_d

$$\Delta Q = q n_q S v_d \Delta t$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = q n_q S v_d$$

Keďže na každý atóm pripadá jeden voľný elektrón, platí $n_q = n_a$, kde n_a – objemová koncentrácia atómov materiálu. Tú môžeme určiť zo znalosti hustoty materiálu (medi v našom prípade) ($\rho = 8,93$ g/cm³), Avogadrovej konštanty ($N_A = 6,02$ at/mol) a molárnej hmotnosti ($M = 63,5$ g/mol):

$$n_a = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{8,93 \text{ g/cm}^3 \cdot 6,02 \text{ at/mol}}{63,5 \text{ g/mol}} = 8,47 \cdot 10^{28} \text{ at/m}^3$$

Veľkosť náboja každého elektrónu je rovná $q = e^- = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C, takže platí

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = q n_q S v_d = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 8,47 \cdot 10^{28} \text{ at/m}^3 \cdot (\pi \cdot (0,815 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2) \cdot 3,54 \cdot 10^{-5} \text{ m/s} \cong 1 \text{ A}$$

1.10 Elektrický odpor a rezistor

Ako bolo uvedené, pri usporiadanom pohybe častíc s nábojom (teda pri priechoode elektrického prúdu) dochádza k zrážkam týchto častíc s iónmi kryštalickej mriežky materiálu čím sa odovzdáva ich kinetická energia a zároveň sa zväčšuje amplitúda kmitov iónov mriežky čo sa prejaví zvýšením teploty.

Elektrický odpor je schopnosť daného materiálu meniť elektrickú energiu na tepelnú. Veľčinu označujem písmenom R a jednotkou elektrického odporu je **ohm** [Ω].

Veľkosť elektrického odporu je pri danom elektrickom prúde úmerná elektrickej energii premenenej na tepelnú za jednotku času.

Elektrická vodivosť je prevrátená hodnota elektrického odporu

$$G = \frac{1}{R} \quad (1.24)$$

Jednotkou elektrickej vodivosti je **siemens** [S].

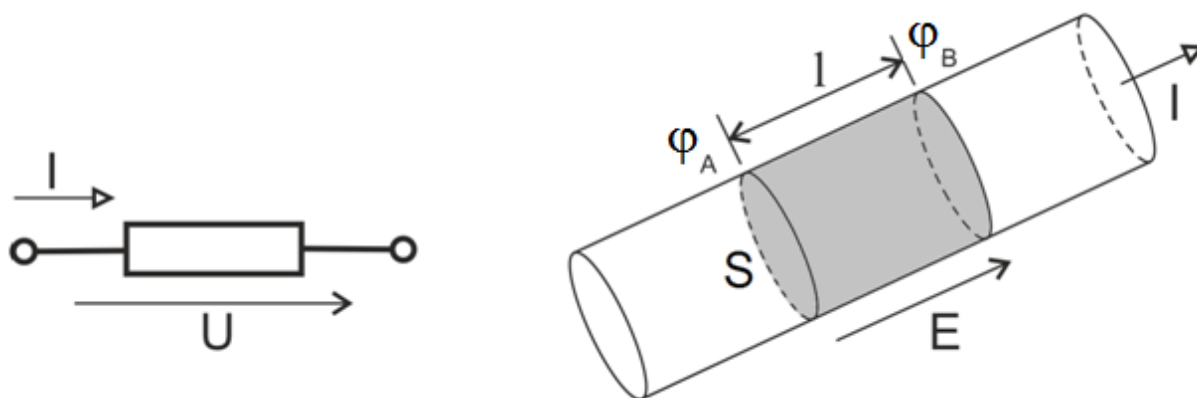
Súčiastku, ktorej charakteristickým parametrom je elektrický odpor nazývame **rezistor** (symbol používaný v elektrických schémach je zobrazený na Obr.1.11 vľavo).

Uvažujme časť vodiča s dĺžkou l , plochou prierezu S a prúd I , ktorý ním prechádza (Obr.1.11 vpravo). Potenciál v bode A označený φ_A bude mať väčšiu hodnotu ako potenciál v bode B označený φ_B a ak predpokladáme homogénne elektrické pole (v každom bode má vektor intenzity elektrického poľa $\mathbf{E}$ rovnaký smer aj veľkosť), vznikne na tomto úseku **úbytok napätia**

$$U = \varphi_A - \varphi_B = El \quad (1.25)$$

Pomer veľkosti úbytku napätia tohto úseku k veľkosti prúdu vyjadruje veľkosť elektrického odporu

$$R = \frac{U}{I} \quad (1.26)$$



Obr.1.11 Symbol rezistora používaný v elektrických schémach a vyznačenie vzniku úbytku napätia na úseku vodiča pretekaného prúdom I

Odpor vodiča s dĺžkou l a prierezom S závisí okrem týchto geometrických parametrov aj od typu materiálu vyjadrenom pomocou merného elektrického odporu (tiež nazývaného *rezistivita*) ρ (kapitola 1.8) a je možné ho vypočítať podľa nasledujúceho vzťahu:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (1.27)$$

Pri použití vzťahu 1.27 je potrebné vziať do úvahy, že odpor materiálov sa s teplotou mení, a preto jeho veľkosť takto vypočítaná bude správna len pri teplote pri ktorej bol určený merný elektrický odpor materiálu. V kovoch sa pri zvyšovaní teploty zvyšuje aj elektrický odpor, zatiaľ čo u polovodičov je to vo všeobecnosti naopak. Zmenu odporu pri zmene teploty o ΔT môžeme vypočítať podľa vzťahu:

$$R_T = R(1 + \alpha \Delta T) \quad (1.28)$$

kde α - teplotný koeficient rezistivity. Pokiaľ má kladnú hodnotu, elektrický odpor materiálu bude s rastúcou teplotou narastať zatiaľ čo pri zápornom koeficiente bude klesať.

Príklad 1.13

Určte ako sa zmení elektrický odpor medeného vodiča telefónneho vedenia dĺžky $l = 30 \text{ km}$ a priemeru $d = 4 \text{ mm}$ ak bude teplota $T = 35 \text{ }^\circ\text{C}$ (teplotný koeficient rezistivity medi je $\alpha = 0,00392 \text{ K}^{-1}$).

Pre výpočet použijeme vzťahy 1.27 a 1.28. Rezistivita medi má hodnotu $\rho = 0,0175 \text{ }\mu\Omega\text{m}$ (je vhodné pripomenúť, že rezistivita sa určuje pri teplote $20 \text{ }^\circ\text{C}$). Odpor vodiča má teda pri teplote $20 \text{ }^\circ\text{C}$ hodnotu:

$$R_{20} = \rho \frac{l}{S} = 0,0175 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m} \frac{30 \cdot 10^3 \text{ m}}{\pi (2 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} = 41,78 \Omega$$

Odpor tohto vodiča pri teplote $35 \text{ }^\circ\text{C}$ určíme takto:

$$R_{35} = R_{20}(1 + \alpha \Delta T) = 41,78 \Omega (1 + 0,00392 \text{ K}^{-1} 15 \text{ K}) = 44,24 \Omega$$

Pozn.: Rozdiel medzi termodynamickou teplotou a teplotou je len v definícii vzťahných hodnôt (termodynamickej teplote 0 K odpovedá teplota $-273,16 \text{ }^\circ\text{C}$), a preto majú zmeny týchto teplôt rovnakú veľkosť bez ohľadu na použité jednotky.



Pri veľmi nízkych teplotách sa elektrické a magnetické vlastnosti niektorých materiálov radikálne menia. Ak sú takéto materiály ochladené pod kritickú teplotu, vykazujú nulový elektrický odpor a stávajú sa ideálnym diamagnetikom, teda kompenzujú vonkajšie magnetické pole. Tento jav sa nazýva supravodivosť a materiály u ktorých je možné tento jav pozorovať sa delia do dvoch skupín (Typ 1 – napr. olovo, ortuť, zinok, zirkónium, kadmium a i. a Typ 2 – vanád, technécium, niób a rôzne zliučiny kovov).

V súčasnosti sa supravodiče využívajú napr. v magnetickej levitácii, pri ktorej sa objekt „vznáša“ nad silným supramagnetom čím sa prakticky eliminuje trenie (známym príkladom je vlak MAGLEV v Japonsku). Ďalšími aplikáciami sú: prístroje pre magnetickú rezonanciu, urýchľovače častíc, elektrické motory, transformátory a i.



1.10.1 Parametre rezistorov

Ako bolo uvedené vyššie, *rezistor* je súčiastka ktorej charakteristickým parametrom je elektrický odpor. Rezistory sa dnes vyrábajú v dvoch prevedeniach, a v *diskrétnom* (ako samostatná súčiastka) a *integrovanom* (v integrovaných obvodoch). Z konštrukčného hľadiska je elektrický odpor diskrétnych rezistorov realizovaný pomocou tenkej vrstvy z uhlíka alebo kovu. Rezistory je obvykle možné popísať pomocou:

- medzných parametrov
- charakteristických parametrov
 - *menovitá hodnota odporu*
 - *menovitá zaťažiteľnosť*
 - teplotný súčiniteľ odporu
 - napäťový súčiniteľ odporu
 - veľkosť nežiaduceho šumu generovaného rezistorom
 - veľkosť parazitnej indukčnosti a i.

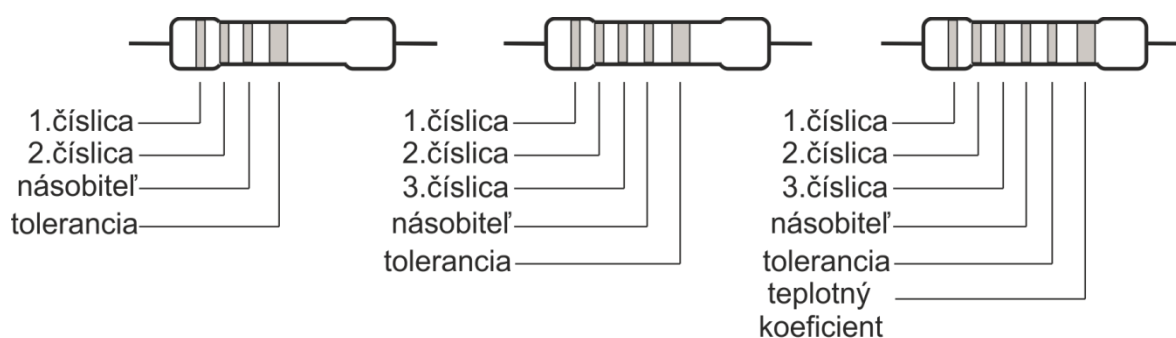
Medzné parametre predstavujú parametre, ktorých prekročenie vedie k zničeniu súčiastky zatiaľ čo charakteristické parametre popisujú úžitkové vlastnosti rezistora. Keďže štandardné rezistory sa vyrábajú v rozsahu menovitých hodnôt odporu asi $1\ \Omega$ až $10^6\ \Omega$, je zjavné, že sa vyrábajú len rezistory s určitými menovitými hodnotami. Rezistory sú rozdelené do *odporových radov*, kde každý rad obsahuje určitý počet menovitých hodnôt odporov v rámci jednej odporovej dekády, pričom jednotlivé odporové rady sa od seba líšia aj toleranciou (Tab.1.1). V tabuľke môžeme vidieť, že označenie radu v skutočnosti označuje počet dostupných hodnôt odporu rezistorov v rámci jednej odporovej dekády.

Tab.1.1 Odporové rady rezistorov

Rad E24 ±5%											
1,0	1,1	1,2	1,3	1,5	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,7	3,0
3,3	3,6	3,9	4,3	4,7	5,1	5,6	6,2	6,8	7,5	8,2	9,1
Rad E12 ±10%											

1,0	1,2	1,5	1,8	2,2	2,7	3,3	3,9	4,7	5,6	6,8	8,2
Rad E6 ±20%											
1,0	1,5	2,2	3,3	4,7	6,8						

V prípade miniatúrnych rezistorov sa namiesto vyznačenia číselného vyznačenia menovitej hodnoty odporu (prípadne ďalších údajov) používa farebný čiarový kód (Obr.1.12 a Obr.1.13). Tento kód obsahuje štyri až šesť farebných prúžkov, pričom začiatok kódu je zo strany prúžka, ktorý je bližšie k okraju rezistora. Menovitá hodnota odporu sa vyznačuje pomocou dvoch alebo troch čísiel hodnoty a násobiteľ'a, pričom posledný prúžok udáva toleranciu (v prípade štyroch a piatich prúžkov) resp. teplotný koeficient (v prípade šiestich prúžkov). Význam jednotlivých prúžkov podľa farebnej schémy je uvedený v Tab.1.2.

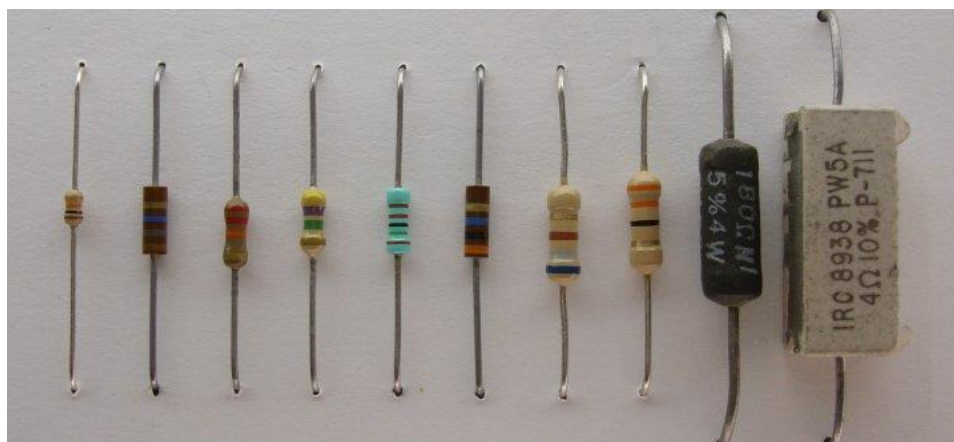


Obr.1.12 Farebný kód značenia miniatúrnych rezistorov

Tab. 1.2 Vysvetlenie farebného kódu pre označenie rezistorov [14]

farba	1.číslica	2.číslica	3.číslica	násobiteľ'	tolerancia	$TK_R [K^{-1}]$
strieborná				10^{-2}	10%	
zlatá				10^{-1}	5%	
čierna	0	0	0	10^0		$200 \cdot 10^{-6}$
hnedá	1	1	1	10^1	1%	$100 \cdot 10^{-6}$
červená	2	2	2	10^2	2%	$50 \cdot 10^{-6}$
oranžová	3	3	3	10^3		$25 \cdot 10^{-6}$
žltá	4	4	4	10^4		$15 \cdot 10^{-6}$
zelená	5	5	5	10^5	0,5%	
modrá	6	6	6	10^6	0,25%	

ľialová	7	7	7	10^7	0,1%	
šedá	8	8	8	10^8		
biela	9	9	9	10^9		



Obr.1.13 Příklad rôznych typov rezistorov [19]

1.11 Elektrická práca a výkon

Vo fyzike vyjadruje veličina *práca* silové pôsobenie po dráhe. Prácu môžeme vypočítať ako súčin sily F pôsobiacej po dráhe s :

$$W = F \cdot s \quad (1.29)$$

Jednotkou práce je **joule** [J]. Vzťah 1.29 platí za predpokladu, že smer vektora sily a smer pohybu sú zhodné, inak je do vzťahu potrebné doplniť člen $\cos \theta$, kde θ je uhol medzi vektorom sily a smerom pohybu. Ak uvažujeme presun elektrického náboja z jedného miesta elektrického obvodu na iné, vykoná sa pri tom práca v dôsledku vytvoreného elektrického poľa charakterizovaného vektorom $\mathbf{E}$ (intenzita elektrického poľa).

Energia vo fyzike vyjadruje schopnosť konať prácu. Podľa prvého termodynamického zákona nie je možné energiu ani vytvoriť ani zničiť, je teda možná len jej premena z jednej formy do druhej. Rýchlosť premeny energie z jednej formy do druhej vyjadrujeme pomocou veličiny nazývanej **výkon**. Výkon teda zodpovedá množstvu vykonanej práce za určitý čas:

$$P = \frac{W}{t} \quad (1.30)$$

Jednotkou výkonu je **watt** [W].

Ak uvažíme, že veľkosť elektrického prúdu je daná množstvom náboja, ktoré prejde prierezom vodiča za jednotku času ($I = Q/t$) a napätie odpovedá práci, ktorá sa vykoná pri presune elektrického náboja medzi dvoma bodmi ($U = W/Q$) môžeme pre elektrický výkon získať nasledujúci vzťah:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{UQ}{t} = UI \quad (1.31)$$

Výkon môžeme vyjadriť aj v inej forme ak použijeme Ohmov zákon (viď kapitola 1.12):

$$\begin{aligned} P &= UI = (RI)I = RI^2 \\ P &= UI = U\left(\frac{U}{R}\right) = \frac{U^2}{R} \end{aligned} \quad (1.32)$$

Príklad 1.14

Sila odporu vzduchu pri pohybe elektrického vlaku s hmotnosťou $m = 200 \text{ t}$ je $F_D = 62,5 \cdot 10^3 \text{ N.kg}^{-1}$ a účinnosť pohonu je $\eta = 0,87$. Aký veľký prúd je dodávaný vedením pri napájanom napätí $U_N = 1500 \text{ V}$ a rýchlosti pohybu vlaku $v = 80 \text{ km.h}^{-1}$.

Môžeme uvažovať prácu, ktorá sa vykoná pri presune vlaku o vzdialenosť 1 m . Sila sa musí rovnať sile odporu vzduchu pri hmotnosti 200 t , teda platí:

$$W = F \cdot s = m \cdot F_D \cdot s = 200 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 62,5 \cdot 10^3 \text{ N.kg}^{-1} \cdot 1 \text{ m} = 12500 \text{ J}$$

Kvôli účinnosti nižšej ako 100% sa iba časť dodanej energie premenila na užitočnú prácu, preto platí:

$$W_D = \frac{W}{\eta} = \frac{12500 \text{ J}}{0,87} = 14368 \text{ J}$$

Výkon je definovaný ako práca vykonaná za určitý čas a číselne sa rovná práci vykonanej za čas 1 s (pri rýchlosti $v = 80 \text{ km.h}^{-1} = 22,2 \text{ m.s}^{-1}$):

$$P = \frac{W_D v}{t} = \frac{14368 \text{ J} \cdot 22,2 \text{ m.s}^{-1}}{1 \text{ s}} \cong 320 \cdot 10^3 \text{ W}$$

Zo vzťahu pre elektrický výkon môžeme vypočítať dodávaný prúd:

$$P = UI \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{320 \cdot 10^3 \text{ W}}{1500 \text{ V}} \cong 213 \text{ A}$$

1.12 Ohmov zákon

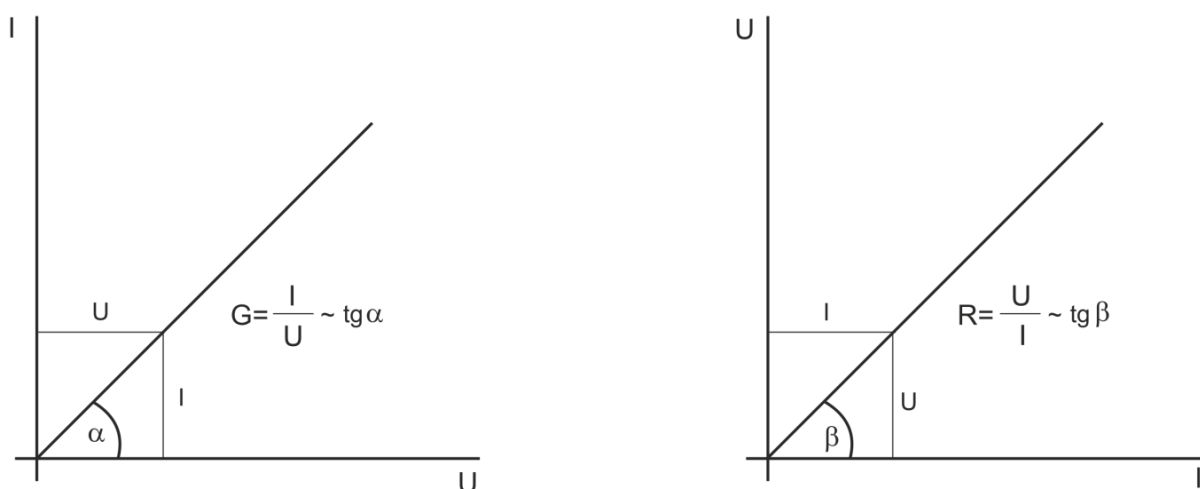
Ohmov zákon je jedným zo základných zákonov elektrotechniky a vyjadruje vzťah medzi elektrickým prúdom a elektrickým napätím, pričom koeficientom úmernosti je elektrický odpor (resp. vodivosť). Môžeme ho definovať nasledovne:

Veľkosť elektrického prúdu je priamo úmerná veľkosti elektrického napätia a nepriamo úmerná veľkosti elektrického odporu.

$$\boxed{I = \frac{U}{R}} \quad (1.33)$$

Z uvedeného vzťahu môžeme vypočítať ľubovoľnú z veličín ak poznáme zvyšné dve – napr. ak poznáme veľkosť elektrického odporu rezistora a prúd, ktorý ním prechádza, môžeme určiť napätie na tomto rezistore.

Grafické znázornenie tohto vzťahu označujeme **voltampérová (V-A) charakteristika**. Na Obr.1.14 je príklad takejto charakteristiky v dvoch formách – v prípade, že na os x je napätie a na osi y prúd nazývame charakteristiku ampérvoltová (A-V) charakteristika, v opačnom prípade ide o V-A charakteristiku. U A-V charakteristiky je koeficientom úmernosti vodivosť (G), u V-A charakteristiky je koeficientom úmernosti elektrický odpor (R), čo znamená, že väčšie hodnoty vodivosti znamenajú väčšiu hodnotu uhla α na A-V charakteristike a menšiu hodnotu uhla β na V-A charakteristike a naopak.



Obr.1.14 A-V a V-A charakteristika rezistora



Zhrnutie

1. Elektrický náboj je fyzikálna vlastnosť hmoty, ktorá spôsobuje vytvorenie silového pôsobenia v elektromagnetickom poli. Môže byť kladný alebo záporný, pričom telesá (častice) s rovnakým nábojom sa priťahujú a s opačným sa odpudzujú. Najmenšia možná veľkosť elektrického náboja (elementárny náboj) je $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, pričom všetky hodnoty nábojov sú násobkom tejto hodnoty.
2. Coulombov zákon charakterizuje silové pôsobenie medzi dvoma nábojmi a hovorí, že veľkosť sily je priamo úmerná veľkosti oboch nábojov a nepriamo úmerná druhej mocnине ich vzdialenosti, pričom závisí aj od prostredia. Veličina, ktorá charakterizuje silové pôsobenie elektrostatického poľa v danom bode sa nazýva intenzita elektrického poľa E (jednotkou je volt na meter).
3. Potenciál ϕ (jednotkou je volt) je veličinou, ktorá vyjadruje prácu, ktorá sa vykoná pri presune náboja z určitého bodu do nekonečna a charakterizuje potenciálnu energiu elektrostatického poľa v tomto bode. Rozdiel potenciálov v dvoch bodoch sa nazýva elektrické napätie (jednotkou je tiež volt) – odpovedá veľkosti práce, ktorá sa vykoná pri presune náboja z jedného bodu do druhého. Množina bodov nachádzajúca sa v rovnakej

vzdialenosti od náboja sa nazýva ekvipotenciálna plocha a napätie medzi ľubovoľnými bodmi na tejto ploche je nulové (pretože majú rovnaký potenciál).

4. Schopnosť telies akumulovať elektrický náboj charakterizujeme pomocou veličiny nazývanej kapacita C (jednotkou je farad). V praxi používame pre akumuláciu elektrického náboja sústavu dvoch vodičov (napr. vo forme dosiek), ktoré potom vytvárajú súčiastku nazývanú kondenzátor. Veľkosť kapacity doskového kondenzátora je priamo úmerná ploche dosák, nepriamo úmerná ich vzdialenosti a závisí tiež od materiálu dielektrika.
5. Materiály delíme z hľadiska ich vodivosti (schopnosti viesť elektrický prúd) na vodiče (1. a 2. druhu), izolanty a polovodiče. Pre konštrukciu praktických vodičov sa najčastejšie využíva hliník a meď. Elektrický prúd I (jednotkou je ampér) je veličina, ktorú definujeme ako množstvo náboja, ktoré prejde prierezom vodiča za jednotku času.
6. Elektrický odpor R (jednotkou je ohm) je veličina charakterizujúca schopnosť materiálov brániť prietoku elektrického prúdu a vyjadruje premenu elektrickej energie na tepelnú. Jej prevrátenou hodnotou je vodivosť G (jednotkou je siemens). Elektrický odpor vodiča je priamo úmerný jeho dĺžke a nepriamo úmerný ploche jeho prierezu, pričom závisí aj od typu materiálu (merný elektrický odpor).
7. Výkon je vo fyzike vyjadrením množstva práce vykonanej za určitý čas. Ak uvážime, že prúd vyjadruje množstvo náboja, ktoré prejde prierezom vodiča za jednotku času a že napätie vyjadruje prácu, ktorá sa vykoná pri presune náboja z jedného bodu do druhého, môžeme elektrický výkon P (jednotka watt) vyjadriť ako súčin napätia a prúdu.
8. Ohmov zákon vyjadruje vzťah medzi napätím, prúdom a elektrickým odporom pričom hovorí, že veľkosť elektrického prúdu je priamo úmerná veľkosti napätia a nepriamo úmerná veľkosti elektrického odporu. Grafickým znázornením tohto vzťahu je voltampérová charakteristika, ktorá má pre rezistor s konštantnou hodnotou elektrického odporu podobu priamky so smernicou určenou veľkosťou odporu (čím väčší odpor, tým väčší sklon V - A charakteristiky).

2 JEDNOSMERNÉ ELEKTRICKÉ OBVODY

Ciele

Po preštudovaní kapitoly by mal byť študent schopný:

1. Definovať pojem elektrický obvod a uviesť jeho základné súčasti
2. Charakterizovať pojmy aktívny a pasívny dvoj pól a vysvetliť ich funkciu v elektrickom obvode
3. Nakresliť schémy jednoduchých elektrických obvodov a vyznačiť v nich príslušné elektrické veličiny
4. Definovať základné zákony pre analýzu jednosmerných elektrických obvodov
5. Vysvetliť podstatu základných metód analýzy jednosmerných elektrických obvodov
6. Pomocou základných metód analýzy jednosmerných elektrických obvodov analyzovať jednoduché elektrické obvody
7. Prostredníctvom softvéru analyzovať zložitejší elektrický obvod

2.1 Úvod do elektrických obvodov

V rámci elektrotechniky je skúmanie príslušných fyzikálnych veličín a ich vzťahov predmetom dvoch základných oblastí:

- *teórie elektromagnetického poľa*
- *teórie elektrických obvodov*

V prvom prípade je predmetom záujmu predovšetkým šírenie sa elektromagnetických vĺn priestorom (využívané napr. pri satelitnej technike). V druhom prípade sa predpokladá sústredenie energie elektromagnetického poľa do sústav, ktoré možno rozčleniť na obvodové prvky, ktoré sú navzájom vodivo alebo indukčne spojené.

Elektrický obvod je také zoskupenie obvodových prvkov, ktoré je určené na prenos a vzájomnú premenu energie elektromagnetického poľa na iné formy energie a naopak alebo ktoré je určené na prenos informácií.

Obvodové prvky sú prvky vytvárajúce elektrický obvod, pričom ich delíme na *zdroje* a *spotrebiče*.

Elektrické obvody delíme do nasledujúcich skupín:

1. *Elektrické obvody so sústredenými parametrami* – obvodové prvky majú nulovú dĺžku a sú sústredené do jednotlivých bodov obvodu, t.j. elektrické veličiny nie sú funkciou polohy.
Elektrické obvody s rozloženými parametrami – elektrické prvky sú spojito rozložené v obvode a elektrické veličiny sú funkciou polohy.
2. *Neparametrické elektrické obvody* – parametre jednotlivých prvkov nezávisia na čase
Parametrické elektrické obvody – parametre jednotlivých prvkov sa môžu v čase meniť

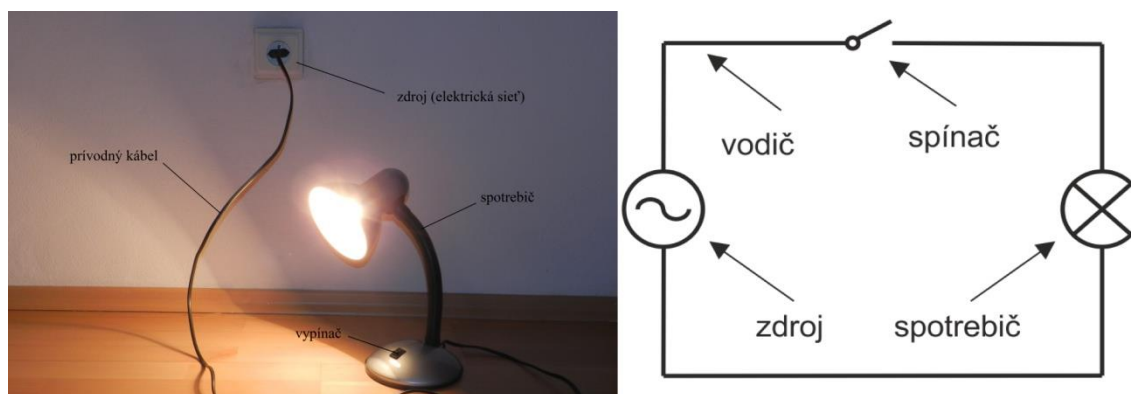
3. *Lineárne elektrické obvody* – parametre jednotlivých prvkov nezávisia na hodnotách iných elektrických veličín v obvode
Nelineárne elektrické obvody – parametre jednotlivých prvkov vykazujú závislosť na iných elektrických veličinách v obvode
4. *Jednosmerné elektrické obvody* – hodnota elektrických veličín sa v čase nemení (t.j. je konštantná)
Striedavé elektrické obvody – hodnota elektrických veličín sa v čase mení

Základný elektrický obvod obvykle obsahuje nasledujúce časti:

1. **Zdroj elektrickej energie** – nazýva sa tiež *aktívny prvok* obvodu. Jeho úlohou je premieňať určitý druh energie na elektrickú a dodávať ju do obvodu. Typickým príkladom je (elektrochemický) článok, akumulátor alebo elektrická rozvodná sieť.
2. **Spotrebič elektrickej energie** - nazýva sa tiež *pasívny prvok* obvodu. Jeho úlohou je premena elektrickej energie dodanej zdrojom na iný druh energie. Všeobecne môže ísť o ľubovoľný elektrický spotrebič (napr. v domácnosti), špecificky to môže byť pasívny prvok v elektrickom obvode (napr. rezistor).
3. **Prenosová časť elektrického obvodu** – Jej úlohou je zabezpečiť vedenie elektrickej energie od zdroja k spotrebiču. Aj keď je najčastejšie vodivé spojenie zabezpečené pomocou vodičov, alternatívou môže byť indukčná väzba kde sú časti obvodu galvanicky oddelené.
4. **Regulačná časť elektrického obvodu** – Jej úlohou je regulácia toku elektrickej energie v elektrickom obvode. Najjednoduchším príkladom je spínač, ktorý pri zopnutí umožňuje prietok elektrického prúdu a pri rozopnutí tento prietok prerušuje.

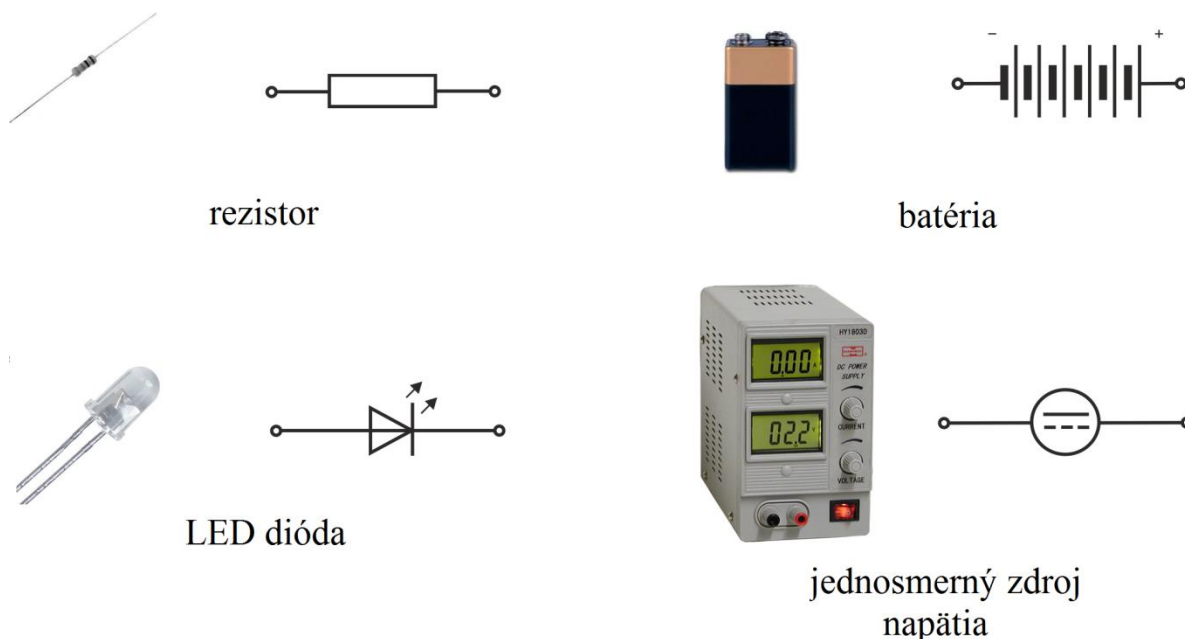
Na Obr. 2.1 je znázornený príklad veľmi jednoduchého elektrického obvodu (elektrická lampa pripojená k sieti), s ktorým sa môžeme stretnúť v každej domácnosti. V tomto obvode môžeme identifikovať všetky štyri základné časti elektrického obvodu: *zdroj* – elektrická rozvodná sieť (dodáva elektrickú energiu do obvodu), *spotrebič* – žiarovka elektrickej lampy (v nej sa premieňa dodaná elektrická energia na iné formy), *prenosová časť* – kábel lampy (zabezpečuje vodivé spojenie medzi zdrojom a spotrebičom) a *regulačná časť* – vypínač (pomocou neho môžeme prerušiť alebo obnoviť tok elektrickej energie obvodom).

Pri analýze a syntéze elektrických obvodov sa používa prehľadná reprezentácia skutočného elektrického obvodu pomocou **schémy** (Obr. 2.1 vpravo). V schémach berieme do úvahy len elektrické vlastnosti jednotlivých obvodových prvkov pričom vodivé spojenie medzi nimi naznačujeme čiarami predstavujúcimi ideálne vodiče (s nulovým elektrickým odporom).



Obr. 2.1 Jednoduchý elektrický obvod (vľavo) a jeho reprezentácia pomocou schémy (vpravo)

Väčšinu obvodových prvkov zaraďujeme k **dvojpólom** (Obr. 2.2) – prvkom, z ktorých každý má dvojicu svoriek pomocou ktorých ich môžeme pripojiť do obvodu.



Obr. 2.2 Príklady dvojpólov – vľavo skutočné zariadenie alebo súčiastka, vpravo schematická značka (dvojica svoriek je dobre viditeľná na každom z obrázkov)

Dvojpóly môžeme rozdeliť do nasledujúcich skupín:

1. *Jednoduché dvojpóly* – nedajú sa ďalej rozložiť
Zložené dvojpóly – skladajú sa z dvoch alebo viacerých jednoduchých dvojpólov
2. *Pasívne dvojpóly* – v pasívnych dvojpóloch sa elektrická energia trvale mení na iný druh energie
Aktívne dvojpóly – v aktívnych dvojpóloch sa trvale mení určitý druh energie na elektrickú
3. *Ideálne dvojpóly* – majú len jednu, hlavnú elektrickú vlastnosť
Skutočné dvojpóly – majú viac vedľajších, často nežiaducich vlastností
4. *Lineárne dvojpóly* – závislosť medzi napätím a prúdom je u nich lineárna (graficky je to priamka)
Nelineárne dvojpóly – závislosť medzi napätím a prúdom nie je lineárna (v určitej časti V-A charakteristiky je obvykle možné ju linearizovať)

2.2 Zdroje v elektrických obvodoch

Ako bolo uvedené zdroj v elektrickom obvode predstavuje aktívny prvok obvodu, ktorého úlohou je premieňať určitý druh energie na elektrickú energiu. Zdroje elektrickej energie delíme na:

1. *Napäťové zdroje*

2. Prúdové zdroje

V praxi sa častejšie stretávame s napäťovými zdrojmi (napríklad akumulátory alebo batérie). V skutočných zdrojoch sa vždy časť energie premení na teplo, a preto ju nie je možné v elektrickom obvode využiť. Pri analýze a syntéze elektrických obvodov sa zavádza pojem **ideálny zdroj napätia** a **ideálny zdroj prúdu**. V ideálnych zdrojoch k strate tejto energie premenou na teplo nedochádza. Skutočný zdroj potom modelujeme pomocou sériového alebo paralelného zapojenia ideálneho zdroja a rezistora a charakteristickými parametrami reálnych zdrojov sú:

1. *Vnútorne napätie* U_0 a *vnútorný odpor* R_v (napäťové zdroje)
2. *Vnútorňý prúd* I_0 a *vnútorná vodivosť* G_v (prúdové zdroje)

Na Obr. 2.3 sú znázornené spôsoby zapojenia napäťového a prúdového zdroja. Napäťový aj prúdový zdroj môžu byť zapojené troma spôsobmi:

1. *Naprázdno* (I. a IV.)
2. *Nakrátko* (II. a V.)
3. *So záťažou* (III. a VI.)

Činnosť zdrojov v jednotlivých zapojeniach je možné objasniť s pomocou Obr. 2.3. Je vhodné si uvedomiť, že úlohou napäťového zdroja je zabezpečiť konštantné napätie na svorkách (nazývané tiež *svorkové napätie*) – v ideálnom prípade bez ohľadu na pripojenú záťaž. V prípade prúdového zdroja je jeho úlohou dodávať konštantný prúd do záťaže.

Zdroje naznačené na Obr. 2.3 sú zdroje reálne pretože majú nenulový vnútorný odpor ($R_v \neq 0$ pre napäťový zdroj) resp. nenulovú vnútornú vodivosť ($G_v \neq 0$ pre prúdový zdroj). V prípade I. je napäťový zdroj zapojený naprázdno (nie je pripojená žiadna záťaž), a preto prúd pretekajúci obvodom je rovný 0. V dôsledku toho nevzniká na vnútornom odpore žiaden úbytok napätia

$$U_v = R_v I = R_v \cdot 0 = 0V \quad (2.1)$$

a na svorkách je vnútorné napätie zdroja. Ak svorky zdroja skratujeme (prípád II.), je svorkové napätie rovné 0

$$U = R_z I = 0 \cdot I = 0V \quad (2.2)$$

a obvodom preteká maximálny možný prúd určený hodnotou vnútorného napätia a vnútorného odporu, ktorý býva u napäťových zdrojov veľmi malý (tzv. *skratový prúd*)

$$I = \frac{U_0}{R_v} \quad (2.3)$$

Štandardným spôsobom zapojenia zdroja je zapojenie so záťažou, kedy je k svorkám zdroja pripojená záťaž charakterizovaná odporom R_z . V takom prípade je prúd v obvode určený vzťahom

$$I = \frac{U_0}{R_v + R_z} \quad (2.4)$$

a vnútorné napätie je znížené o úbytok napätia na vnútornom odpore ($\Delta U = R_v I$)

$$U = U_0 - \Delta U = U_0 - R_v I \quad (2.5)$$

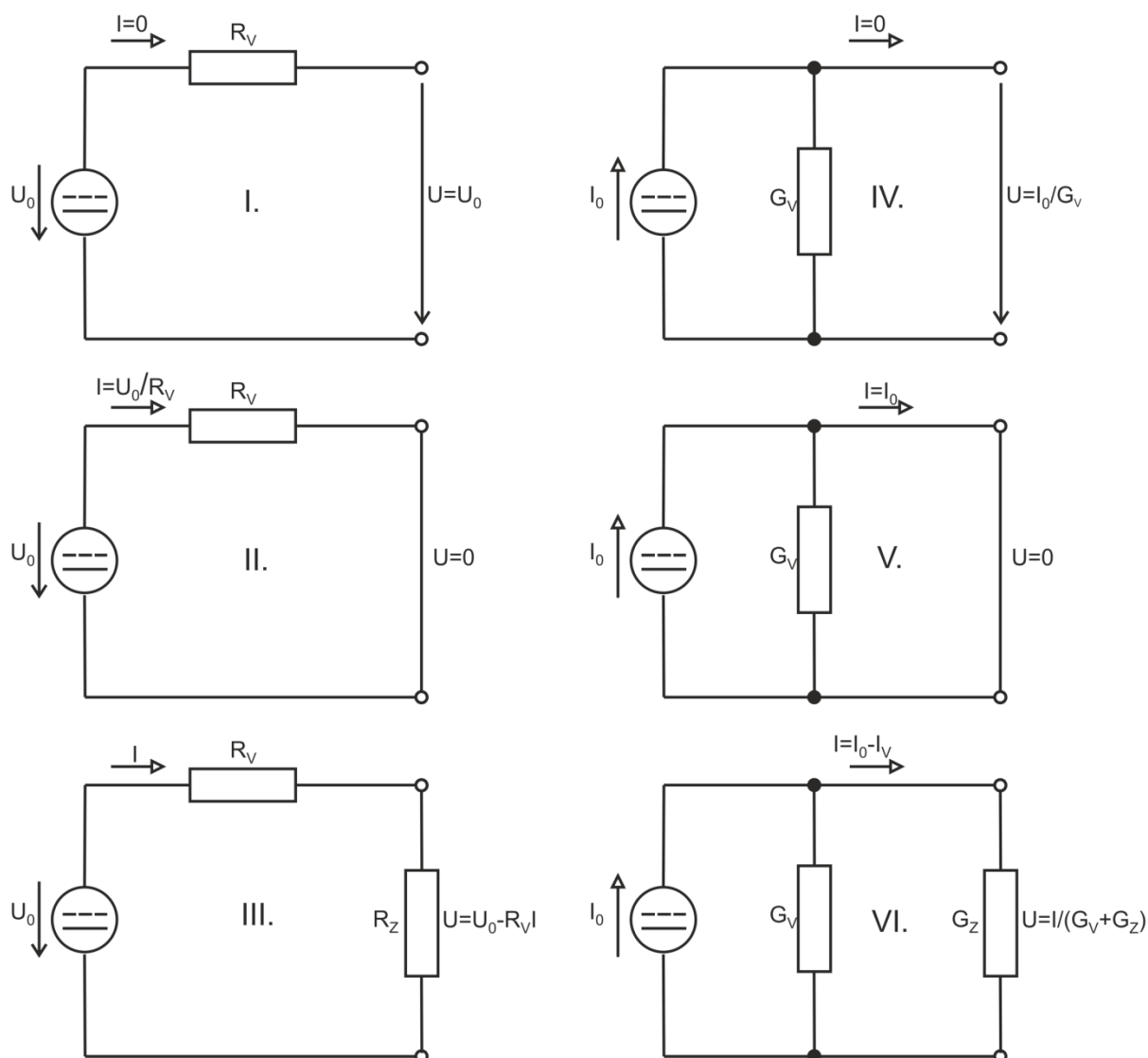
Z posledného vzťahu vyplýva, že u reálneho napäťového zdroja (s nenulovým vnútorným odporom) svorkové napätie závisí od veľkosti prúdu v obvode (ktorý je určený vzťahom 2.4), a teda pri rastúcej hodnote prúdu klesá hodnota svorkového napätia (táto závislosť sa nazýva zaťažovacia charakteristika zdroja a je vyznačená na Obr. 2.4). Čím výraznejšia je táto zmena (pre danú zmenu prúdu), tým je zdroj mäkší.

 Dôležitým aspektom elektrických zdrojov je **dualita** napäťových a prúdových zdrojov, čo znamená, že obe zdroje sú z hľadiska ich vonkajších svoriek ekvivalentné a ktorýkoľvek z nich je možné previesť na druhý na základe znalosti ich charakteristických parametrov. Ak chceme nahradiť prúdový zdroj napäťovým, vypočítame na základe znalosti vnútorného prúdu I_0 a vnútornej vodivosti G_v vnútorné napätie U_0 a vnútorný odpor R_v . Ak naopak chceme previesť napäťový zdroj na prúdový, vypočítame vnútorný prúd I_0 a vnútornú vodivosť G_v pomocou vnútorného napätia U_0 a vnútorného odporu R_v . Tieto vzťahy môžeme zapísať v nasledujúcej podobe:

$$U_0 = \frac{I_0}{G_v}, R_v = \frac{1}{G_v} \quad a \quad I_0 = \frac{U_0}{R_v}, G_v = \frac{1}{R_v}$$

Podobné vzťahy (avšak týkajúce sa prúdu) môžeme odvodiť aj pre prúdový zdroj. V prípade IV. je prúdový zdroj zapojený naprázdno, a preto je prúd dodávaný do záťaže nulový. V prípade V. je prúdový zdroj zapojený nakrátko (svorkové napätie sa rovná 0) a do záťaže je dodávaný vnútorný prúd zdroja I_0 (do vetvy s vnútornou vodivosťou G_v netečie žiaden prúd). Ak pripojíme záťaž s vodivosťou G_z , časť vnútorného prúdu I_0 tečie do vetvy s vodivosťou G_v ($\Delta I = G_v U$) a do záťaže je dodávaný prúd

$$I = I_0 - \Delta I = I_0 - G_v U \quad (2.6)$$

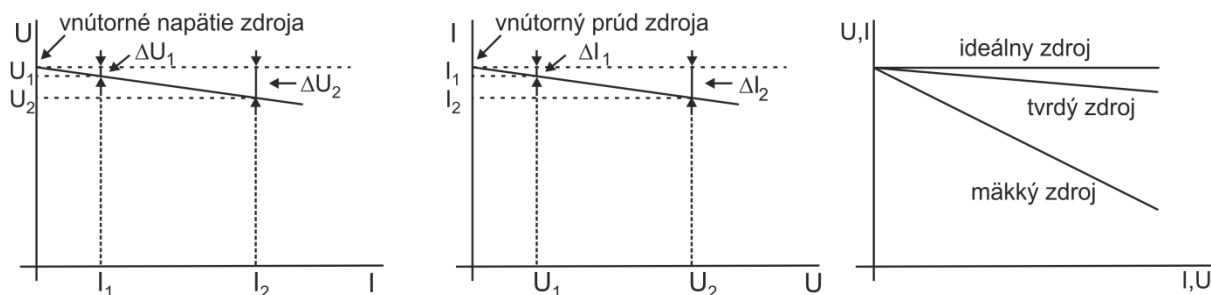


Obr. 2.3 Zapojenie zdrojov : I. – napäťový naprázdno, II. – napäťový nakrátko, III. – napäťový zaťažný, IV. – prúdový naprázdno, V. – prúdový nakrátko, VI. – prúdový zaťažný

Pre svorkové napätie potom platí

$$U = \frac{I}{G_z} = \frac{I_0 - G_v U}{G_z} \quad (2.7)$$

V tomto prípade je u reálneho prúdového zdroja (s nenulovou vnútornou vodivosťou) dodávaný prúd závislý na svorkovom napätí (vzťah 2.6), pretože od neho závisí časť vnútorného prúdu zdroja ΔI , ktorá tečie vetvou s vnútornou vodivosťou zdroja. Z tohto dôvodu dostávame zaťažovaciu charakteristiku prúdového zdroja (Obr. 2.4 v strede), s podobným priebehom ako u napäťového zdroja avšak ako závislosť dodávaného prúdu do záťaže I na svorkovom napätí U .



Obr. 2.4 Zatažovacie charakteristiky zdrojov : napäťový zdroj (vľavo), prúdový zdroj (v strede) a rozdelenie zdrojov podľa tvrdosti (vpravo)

Typickými príkladmi reálnych napäťových zdrojov sú napríklad akumulátory v aute alebo články (resp. batérie). Ich vnútorný odpor má byť čo najnižší (ideálny napäťový zdroj má vnútorný odpor rovný nule) a rádovo má hodnoty miliohmov (akumulátory) alebo jednotiek ohmov (články). Akumulátory áut sú tiež príkladom tvrdých zdrojov, u ktorých sa svorkové napätie mení s odoberaným prúdom len pomerne málo (to je dôležité z prevádzkových dôvodov, pretože zvýšenie odberu v súvislosti s väčším zaťažením by mohlo spôsobiť taký pokles napätia zdroja, ktorý by znemožňoval prevádzku jednotlivých napájaných zariadení). Typickým príkladom reálneho prúdového zdroja je zváracie dynamo, čo je točivý elektrický stroj používaný v oblúkovom zváraní.

Príklad 2.1

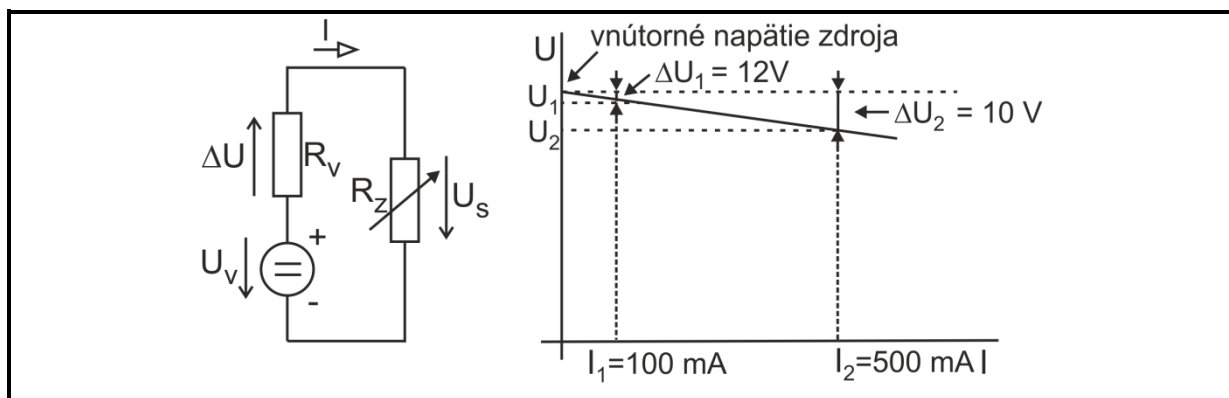
Určte charakteristické parametre napäťového zdroja (vnútorné napätie U_0 a vnútorný odpor R_v) ak bolo pri prúde $I_1 = 100 \text{ mA}$ namerané napätie na svorkách zdroja $U_1 = 12 \text{ V}$ a pri prúde $I_2 = 500 \text{ mA}$ namerané napätie $U_2 = 10 \text{ V}$. Pre reprezentáciu zmeny záťaže v obvode je v schéme vyznačený reostat (súčiastka umožňujúca reguláciu prúdu v obvode).

Svorkové napätie napäťového zdroja môžeme vypočítať podľa rovnice (2.5). Predpokladáme lineárny priebeh zatažovacej charakteristiky, čo znamená, že pre jej zostrojenie nám postačia dva body. Priamka pretne os y v bode odpovedajúcom napätiu naprázdno (U_0), čo je jedna z našich neznámych. Druhou neznámu je vnútorný odpor, ktorý bude určovať smernicu (sklon) zatažovacej charakteristiky. Hodnoty veličín (U_1, I_1) a (U_2, I_2) odpovedajú dvom pracovným bodom charakteristiky, pomocou ktorých môžeme zostaviť dve rovnice o dvoch neznámych (vnútorné napätie a vnútorný prúd sú konštanty pre daný napäťový zdroj):

$$\begin{aligned} U_1 &= U_0 - R_v I_1 \\ U_2 &= U_0 - R_v I_2 \Rightarrow U_0 = U_2 + R_v I_2 \end{aligned}$$

Po dosadení do prvej rovnice a následnom dosadení do vyjadrenia svorkového napätia máme

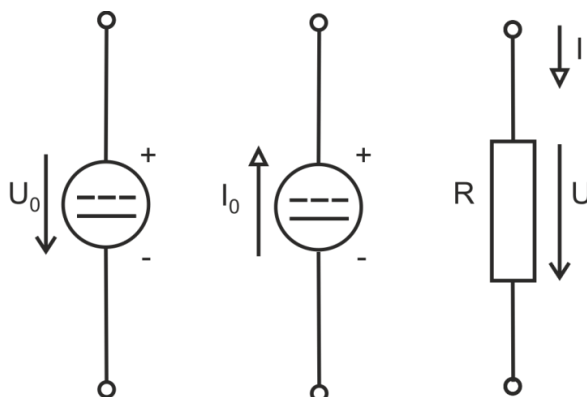
$$\begin{aligned} R_v &= \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} = 5 \Omega \\ U_0 &= U_2 + R_v I_2 = 12,5 \text{ V} \end{aligned}$$



2.3 Spotrebiče v elektrických obvodoch

Ako už bolo uvedené, spotrebič elektrickej energie premieňa v elektrickom obvode elektrickú energiu dodanú zdrojom na iný druh energie. V zmysle tejto charakteristiky bude teda spotrebičom každé elektrické zariadenie, ktoré je pripojené k zdroju elektrickej energie (napr. žiarovka, rýchlovarná kanvica, elektrický motor a pod.). V schémach elektrických obvodov však často zvykneme spotrebiče znázorňovať pomocou rezistora, ktorý reprezentuje premenu elektrickej energie na tepelnú (v prípade, že ide o premenu na iné formy, môžeme ju charakterizovať pomocou rezistora s takou veľkosťou odporu aby Joulovo teplo, ktoré v ňom vznikne odpovedalo veľkosti energie iného druhu). V *jednosmerných elektrických obvodoch* bude teda spotrebič vždy reprezentovaný jediným druhom pasívneho prvku, a to *rezistorom*. Rezistor (alebo kombinácia viacerých rezistorov) predstavujúci spotrebič sa nazýva **zaťažovací rezistor**.

V súvislosti s riešením elektrických obvodov je dôležité pripomenúť vyznačovanie smerov elektrických veličín. Elektrické napätie aj elektrický prúd v obvodoch orientujeme podľa dohodnutých pravidiel. Systém značenia rozdeľujeme na *generátorový* a *spotrebičový*, podľa toho či ide o vnútorné napätie (resp. vnútorný prúd) zdroja alebo úbytok napätia (resp. prúd) na pasívnom prvku.



Obr. 2.5 Značenie smerov napätí a prúdov (vľavo – generátorový systém pre napäťový zdroj, v strede – generátorový systém pre prúdový zdroj, vpravo – spotrebičový systém)

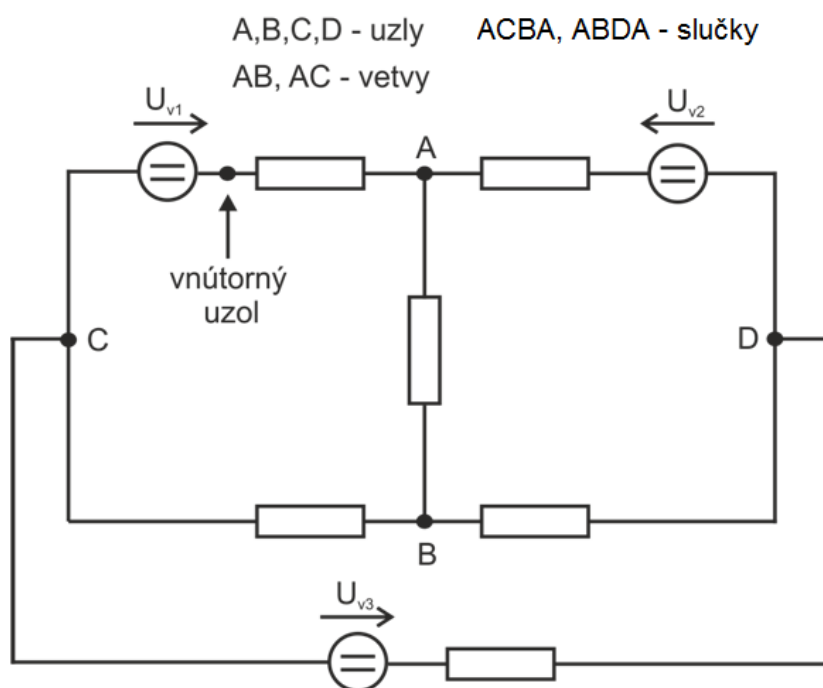
Na Obr. 2.5 si môžeme všimnúť, že vnútorné napätie napäťového zdroja je orientované v smere od kladnej svorky k zápornej. Orientácia vnútorného prúdu prúdového zdroja je opačná, teda od zápornej svorky ku kladnej. V prípade spotrebičov sa smer úbytku napätia vyznačuje v súhlase so smerom prúdu pretože u spotrebičov tečie prúd vždy v smere napätia.

Ešte je vhodné pripomenúť, že v obvode sa za kladný smer prúdu považuje smer od kladnej svorky k zápornej, teda naopak ako tečie v skutočnosti.

2.4 Základné metódy analýzy elektrických obvodov

Hlavnou úlohou **analýzy elektrických obvodov** je určenie hodnôt neznámych elektrických veličín z toho čo je známe. Môže ísť vo všeobecnosti o určenie hodnôt elektrického prúdu resp. úbytkov napätí na príslušných pasívnych prvkoch pričom dané bývajú vnútorné napätia napäťových zdrojov (prípadne vnútorné prúdy prúdových zdrojov) a hodnoty odporu rezistorov. Úloha **syntézy elektrických obvodov** spočíva v navrhnutí príslušných prvkov (aktívnych aj pasívnych) na základe požiadaviek pre dosiahnutie určitých hodnôt elektrických veličín. Táto úloha je vo všeobecnosti náročnejšia a nemusí mať vždy riešenie. Analýza elektrických obvodov si vyžaduje charakterizovanie základných **topologických prvkov elektrického obvodu**. Medzi základné topologické prvky obvodov radíme (Obr. 2.6):

- uzol
- vetva
- cesta
- slučka



Obr. 2.6 Základné topologické prvky elektrického obvodu

Uzol – vzniká v mieste spojenia najmenej dvoch dvojpólov. Počet spojenia dvojpólov v danom mieste určuje stupeň uzla. Pokiaľ je uzol druhého stupňa nazýva sa *vnútorný uzol* a v schémach sa nevyznačuje. Uzol najmenej tretieho stupňa sa vyznačuje pomocou plného čierneho krúžku. Na Obr. 2.6 sú vyznačené štyri uzly tretieho stupňa označené písmenami A, B, C a D. Pre ilustráciu je zobrazený aj vnútorný uzol v mieste spojenia zdroja U_{v1} a vedľajšieho rezistora.

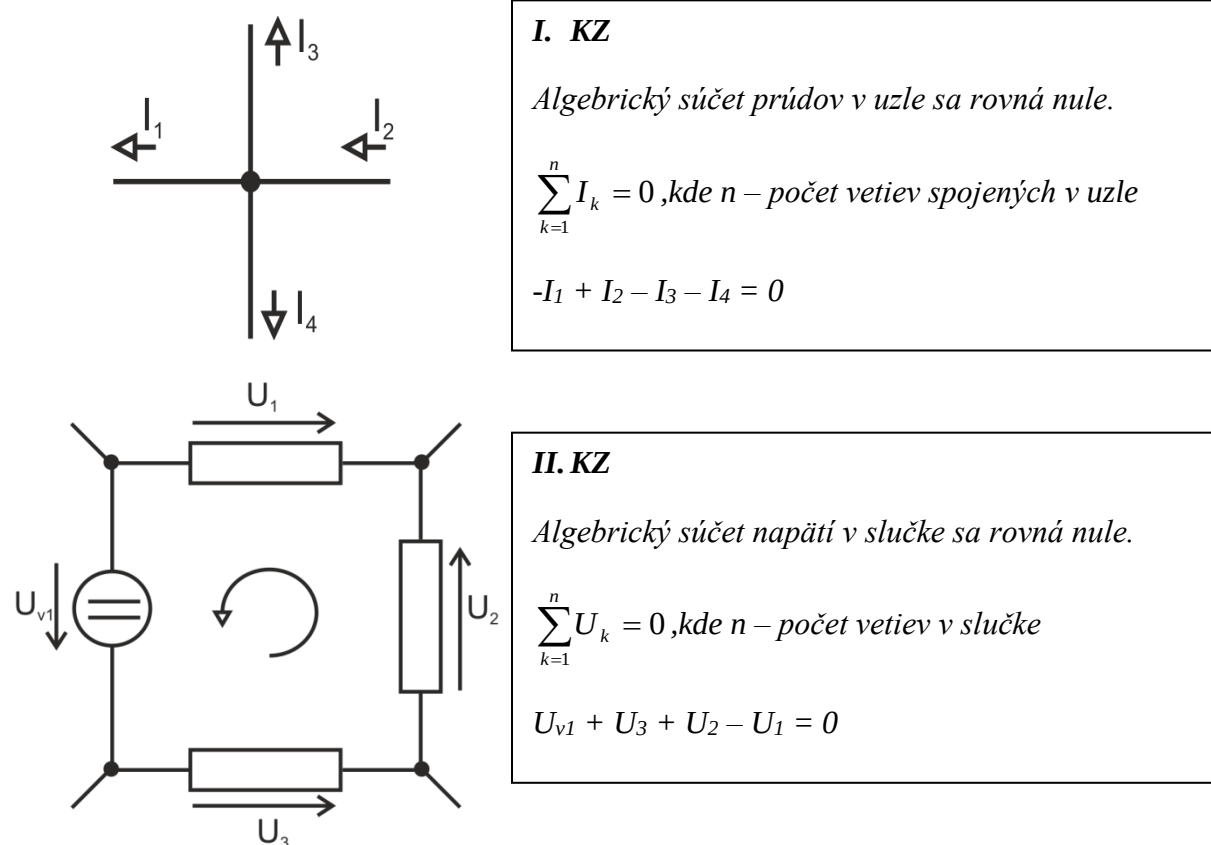
Vetva – je vodivé spojenie medzi dvoma uzlami, pričom celou vetvou tečie rovnaký prúd. Je potrebné zdôrazniť, že uzlami v tejto definícii sú chápané uzly najmenej tretieho stupňa (teda nie vnútorné). Na Obr. 2.6 je celkovo 6 vetiev – AC, AB, AD, CB, BD a CD.

Cesta – je také spojenie uzlov, v ktorých sa každá vetva vyskytuje iba raz. Napríklad cestou môže byť spojenie uzlov ACBD, ADBA, ABCD a iné.

Slučka – je do seba uzavretá cesta v obvode (čo znamená, že počiatočný a koncový uzol takejto cesty sú totožné), ktorá pozostáva z niekoľkých vetiev tak aby sa žiadnym uzlom ani vetvou neprešlo dvakrát. Príkladom môže byť cesta ACBA alebo ABDA. Ak takáto slučka neobsahuje vnútri žiadnu vetvu, nazýva sa *jednoduchá slučka*.

2.4.1 Kirchhoffove zákony

Kirchhoffove zákony (KZ) patria spolu s Ohmovým zákonom k základným zákonom analýzy elektrických obvodov. **Prvý Kirchhoffov zákon** je zovšeobecnením zákona zachovania náboja a týka sa prúdov v uzle elektrického obvodu (niekedy tiež nazývaný *uzlový zákon*). **Druhý Kirchhoffov zákon** je zovšeobecnením zákona zachovania energie a týka sa napätí v slučke elektrického obvodu (niekedy tiež nazývaný *slučkový zákon*). Ich znenia sú nasledovné:



Použitie KZ pri analýze elektrických obvodov umožňuje získať rovnice v ktorých vystupujú príslušné elektrické veličiny (úbytky napätí na pasívnych prvkoch, napätia zdrojov, prúdy v jednotlivých vetvách) a ktoré je potom možné riešiť pre výpočet neznámych. Prakticky je možné aplikovať zákony nasledovne:

I.KZ Prúdy do uzla vstupujúce majú znamienko + a prúdy z uzla vystupujúce majú znamienko –.

II.KZ Napätia ktorých smer je v súhlase s vyznačeným smerom obehu majú znamienko + a napätia ktorých smer nie je v súhlase s vyznačeným smerom obehu majú znamienko –.

Príklad použitia KZ v tejto forme je uvedený pre časti obvodov pri definícii. Pre I. KZ je vyznačený uzol 4. stupňa, pričom prúdy I_1 , I_3 a I_4 z uzla vystupujú a je im priradené znamienko – zatiaľ čo prúd I_2 do uzla vstupuje a je mu priradené znamienko +. Pre II. KZ je v slučke vyznačený smer obehu slučky (proti smeru hodinových ručičiek) pričom napätia U_{v1} , U_2 a U_3 sú v súhlase s vyznačeným smerom obehu (znamienko +) a úbytok napätia U_1 má smer proti vyznačenému smeru obehu (znamienko -).

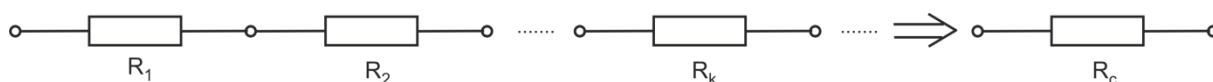
2.4.2 Metóda postupného zjednodušovania

Túto metódu je možné použiť v prípade, že obvod obsahuje jeden zdroj (prípadne ak je viacero zdrojov možné nahradiť jedným – to predpokladá zapojenie napäťových zdrojov v sérii alebo prúdových zdrojov paralelne), ku ktorému je pripojený zložený pasívny dvojpól. Základom metódy je tzv. **transfigurácia** pasívneho dvojpólu, čo predstavuje náhradu zloženého dvojpólu, ktorý je k nemu ekvivalentný (napr. náhrada viacerých rezistorov predstavujúcich záťaž jedným, ktorý je ekvivalentný k pôvodnému zapojeniu). Metódu môžeme rozdeliť na dva kroky:

1. Nahradíme pasívny dvojpól pozostávajúci z určitého počtu rezistorov zapojených sériovo alebo paralelne jedným, čím dostaneme základný obvod zaťaženého zdroja a podľa Ohmovho zákona vypočítame celkový prúd.
2. Ak potrebujeme čiastkové prúdy v niektorých vetvách, postupujeme späť k pôvodnému zapojeniu a vypočítavame prúdy vo vetvách využitím Kirchhoffových zákonov resp. Ohmovho zákona.

Náhrada sériového zapojenia rezistorov

Pri **sériovom zapojení** rezistorov (ale aj iných prvkov) je koniec jedného rezistora spojený so začiatkom ďalšieho (viď Obr. 2.7). Preto sa tomuto zapojeniu hovorí aj zapojenie *za sebou*.



Obr. 2.7 Sériové zapojenie rezistorov

Pre transfiguráciu (náhradu) sériového zapojenie rezistorov platí:

Sériovo zapojené rezistory môžeme nahradiť jedným rezistorom, ktorého odpor sa rovná súčtu odporov všetkých rezistorov

$$R_c = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n = \sum_{m=1}^n R_m \quad (2.8)$$

Z I.KZ a II. KZ vyplývajú pre sériové zapojenie rezistorov nasledujúce významné skutočnosti:

Všetkými rezistormi zapojenými v sérii tečie rovnaký prúd a tvoria jednu vetvu.

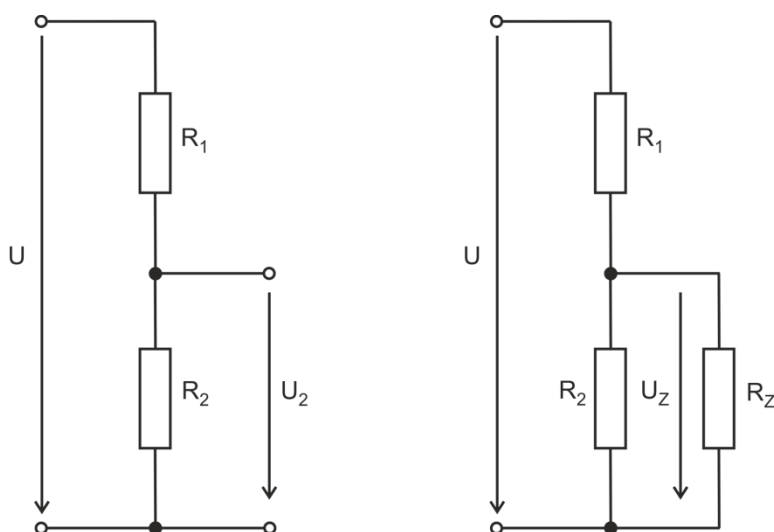
Napätie sa pri sériovom zapojení rezistorov delí v priamom pomere veľkosti odporov.

V súvislosti s druhou skutočnosťou nám sériové zapojenie rezistorov tvorí **napäťový delič**. Úbytok napätia na ľubovoľnom rezistore v sériovom zapojení môžeme vypočítať na základe znalosti hodnôt odporov jednotlivých rezistorov a celkového napätia, ktoré sa delí. Vzťah, ktorý platí pre napäťový delič má nasledujúcu podobu:

$$U_k = \frac{R_k}{\sum_{m=1}^n R_m} U \quad (2.9)$$

kde U_k – je úbytok napätia na k -tom rezistore, U – celkové napätie a $\sum_{m=1}^n R_m$ - súčet odporov všetkých rezistorov v sérii. Ak použijeme tento vzťah na zapojenie na Obr. 2.8 vľavo dostávame pre úbytok napätia na rezistore R_2 vzťah:

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$



Obr. 2.8 Napäťový delič naprázdno (vľavo) a zaťažený (vpravo)

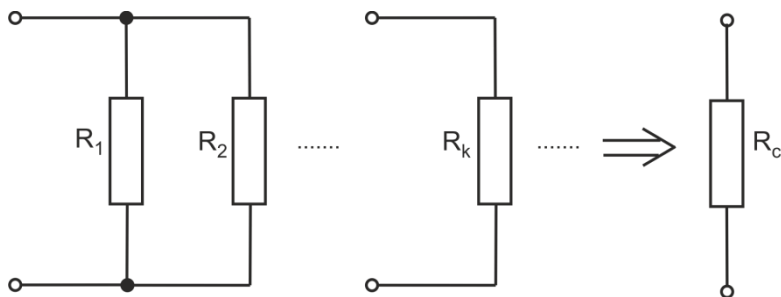
Pre napätie U_Z na zaťaženom deliči napätia na Obr. 2.8 vpravo platí:

$$U_Z = \frac{R_2 \parallel R_Z}{R_1 + R_2 \parallel R_Z} U, \quad \text{kde } R_2 \parallel R_Z = \frac{R_2 R_Z}{R_2 + R_Z}$$

Použitie vzťahu pre napäťový delič si zapamätáme ľahko podľa toho, že v čitateli zlomku je odpor rezistora na ktorom úbytok napätia počítame a v menovateli zlomku je súčet odporov všetkých rezistorov zapojených v sérii, pričom za zlomkom vždy nasleduje násobenie celkovým napätím, ktoré sa delí.

Náhrada paralelného zapojenia rezistorov

Pri **paralelnom zapojení** rezistorov (ale aj iných prvkov) sú začiatky a konce rezistorov zapojené do spoločných uzlov (viď Obr. 2.9). Preto sa tomuto zapojeniu hovorí aj zapojenie *vedľa seba*.



Obr. 2.9 Paralelné zapojenie rezistorov

Pre transfiguráciu (náhradu) paralelného zapojenie rezistorov platí:

Paralelne zapojené rezistory môžeme nahradiť jedným rezistorom, ktorého prevrátená hodnota odporu sa rovná súčtu prevrátených hodnôt odporov všetkých rezistorov

$$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{m=1}^n \frac{1}{R_m} \quad (2.10)$$

Z I.KZ a II. KZ vyplývajú pre paralelné zapojenie rezistorov nasledujúce významné skutočnosti:

Na všetkých rezistoroch zapojených paralelne je rovnaké napätie.

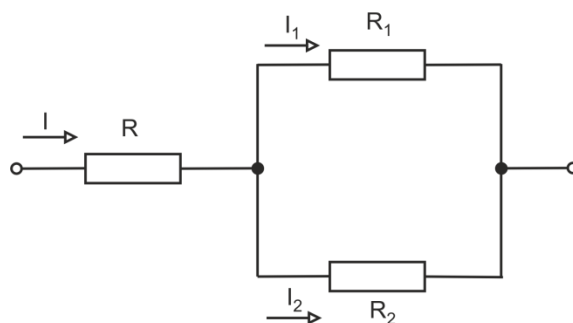
Prúd sa pri paralelnom zapojení rezistorov delí do príslušných vetiev v priamom pomere ich vodivosti.

V súvislosti s druhou skutočnosťou nám paralelné zapojenie rezistorov tvorí **prúdový delič**. Prúd pretekajúci niektorou z vetiev je možné vypočítať na základe znalosti vodivosti jednotlivých vetiev a celkového prúdu, ktorý sa do vetiev delí. Vzťah, ktorý platí pre prúdový delič má nasledujúcu podobu:

$$I_k = \frac{G_k}{\sum_{m=1}^n G_m} I \quad (2.11)$$

kde I_k – je prúd k -tej vetve, I – celkový prúd a $\sum_{m=1}^n G_m$ - súčet vodivosti všetkých rezistorov zapojených paralelne. Ak použijeme tento vzťah na zapojenie na Obr. 2.10 dostávame pre prúd pretekajúci vetvou s odporom R_1 :

$$I_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} I$$



Obr. 2.10 Prúdový delič

Podobne ako pri vzťahu pre napäťový delič použitie vzťahu pre prúdový delič si zapamätáme ľahko podľa toho, že v čitateli zlomku je vodivosť vetvy v ktorej počítame príslušný prúd a v menovateli zlomku je súčet vodivostí všetkých paralelných vetiev, pričom za zlomkom vždy nasleduje násobenie celkovým prúdom, ktorý sa do vetiev delí.

 Pri náhrade dvoch paralelne zapojených rezistorov je možné použiť priamo vzťah, ktorý vyjadruje výsledný odpor bez prevrátenej hodnoty a vyplýva z matematickej úpravy vzťahu 2.10. Ak budeme uvažovať paralelné zapojenie rezistorov na Obr. 2.10 pre ich náhradu platí:

$$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_c = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

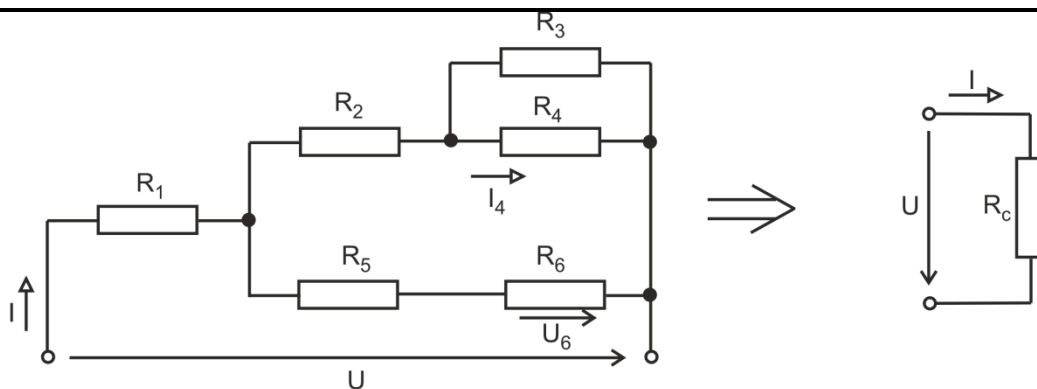
čo sme získali po úprave ľavého vzťahu na spoločného menovateľa a prevrátením ľavej strany.

Je dôležité upozorniť na to, že pri vyššom počte paralelne zapojených rezistorov (3 a viac) môže zvädzať upravený vzťah k tomu, že ho rozšírime o príslušný počet členov v násobení v čitateli a rovnaký počet členov v sčítaní v menovateli avšak toto neplatí ako si môžeme všimnúť nižšie.

$$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_c = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}$$

Príklad 2.2

Vypočítajte prúd I_4 vo vyznačenej vetve a vyznačený úbytok napätia U_6 na rezistore R_6 ak platí: $U = 24V$, $R_1 = R_3 = 5\Omega$, $R_2 = R_5 = 3\Omega$, $R_4 = R_6 = 7\Omega$



Pre výpočet použijeme metódu postupného zjednodušovania (obvod obsahuje jediný zdroj jednosmerného napätia). V prvom kroku musíme transfigurovať zložený pasívny dvojpól predstavujúci záťaž čo urobíme pomocou vzťahov 2.8 a 2.10 pre sériové a paralelné zapojenie rezistorov a následne vypočítame celkový prúd I na základe Ohmovho zákona (transfigurovaný obvod je na obrázku vpravo). Pre jednotlivé náhrady budeme používať spoločné indexy nahradených rezistorov:

$$R_{56} \text{ (sériové)} = R_5 + R_6 = 3\Omega + 7\Omega = 10\Omega$$

$$R_{34} \text{ (paralelné)} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{5\Omega \cdot 7\Omega}{5\Omega + 7\Omega} \cong 2,92\Omega$$

$$R_{234} \text{ (sériové)} = R_2 + R_{34} = 3\Omega + 2,92\Omega = 5,92\Omega$$

$$R_{2-6} \text{ (paralelné)} = \frac{R_{234} R_{56}}{R_{234} + R_{56}} = \frac{5,92\Omega \cdot 10\Omega}{5,92\Omega + 10\Omega} \cong 3,72\Omega$$

$$R_c \text{ (sériové)} = R_1 + R_{2-6} = 5\Omega + 3,72\Omega = \underline{\underline{8,72\Omega}}$$

Celkový prúd I vypočítame pomocou Ohmovho zákona:

$$I = \frac{U}{R_c} = \frac{24V}{8,72\Omega} \cong \underline{\underline{2,75A}}$$

Tento prúd sa delí do dvoch paralelných vetiev s rezistormi R_2, R_3 a R_4 a rezistormi R_5 a R_6 .

Pre určenie prúdu I_4 musíme určiť aká časť prúdu I tečie do vetvy s rezistormi R_2, R_3 a R_4 a následne aká časť z tohto prúdu tečie do vetvy s rezistorom R_4 .

Najprv určíme prúd tečúci do vetvy s odporom R_{234} pomocou vzťahu pre prúdový delič:

$$I_{234} = \frac{G_{234}}{G_{56} + G_{234}} I = \frac{0,17S}{0,1S + 0,17S} 2,75A = 1,73A$$

Tento prúd sa delí do vetiev s odpormi R_3 a R_4 a môžeme ho určiť opäť pomocou vzťahu pre prúdový delič:

$$I_4 = \frac{G_4}{G_3 + G_4} I_{234} = \frac{0,14S}{0,2S + 0,14S} 1,73A = \underline{\underline{0,71A}}$$

Úbytok napätia U_6 na rezistore R_6 môžeme určiť pomocou Ohmovho zákona pre čo potrebujeme vypočítať prúd I_{56} (I.KZ) pretekajúci rezistorom:

$$I_{56} = I - I_{234} = 1,73A - 0,71A = 1,02A$$

$$U_6 = R_6 I_{56} = 7\Omega \cdot 1,02A = \underline{\underline{7,14V}}$$

2.4.2.1 Spájanie kondenzátorov

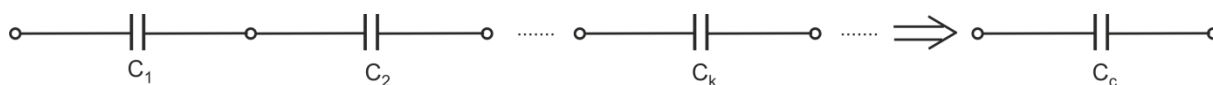
Z hľadiska možného zapojenia existujú u kondenzátorov rovnaké možnosti ako u rezistorov, a teda je ich možné zapojiť *sériovo* alebo *paralelne*. Pri sériovom zapojení (Obr. 2.11) je na všetkých kondenzátoroch rovnaký náboj a celkové napätie U je dané súčtom napätí na jednotlivých kondenzátoroch:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

Keďže napätie na kondenzátoroch je nepriamo úmerné kapacite kondenzátora (vzťah 1.18), platí (po vykrátení hodnoty náboja):

$$\boxed{\frac{1}{C_c} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}} \quad (2.12)$$

Pri sériovom zapojení sa prevrátená hodnota výslednej kapacity rovná súčtu prevrátených hodnôt kapacít jednotlivých kondenzátorov.



Obr. 2.11 Sériové zapojenie kondenzátorov

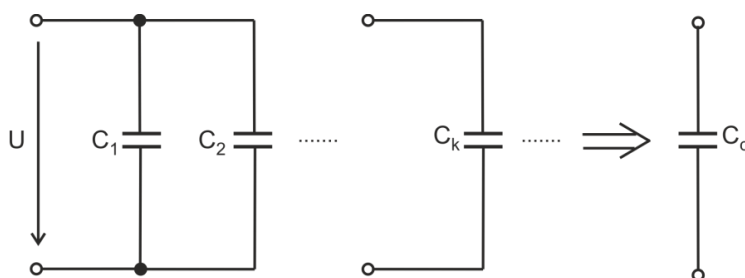
Pri paralelnom zapojení sú všetky kondenzátory pripojené na rovnaké napätie U a výsledný náboj Q je daný súčtom nábojov všetkých kondenzátorov:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

Na základe vzťahu pre kapacitu potom pre výslednú kapacitu paralelného zapojenia kondenzátorov platí:

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + \dots + C_n} \quad (2.13)$$

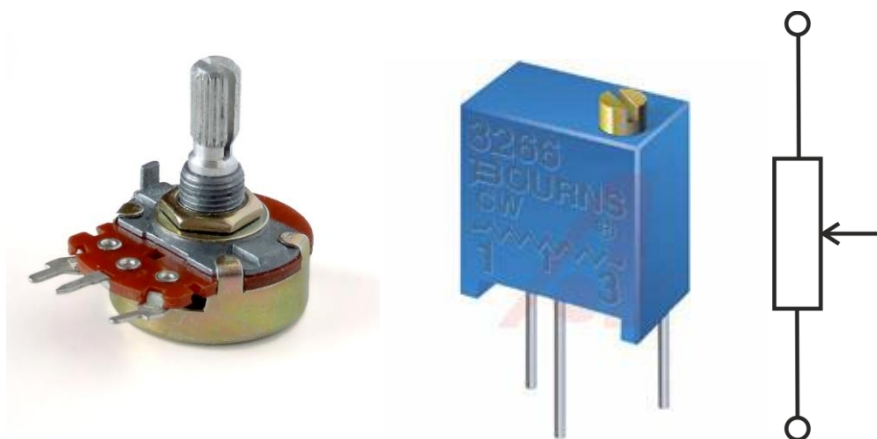
Pri paralelnom zapojení sa hodnota výslednej kapacity rovná súčtu hodnôt kapacít jednotlivých kondenzátorov.



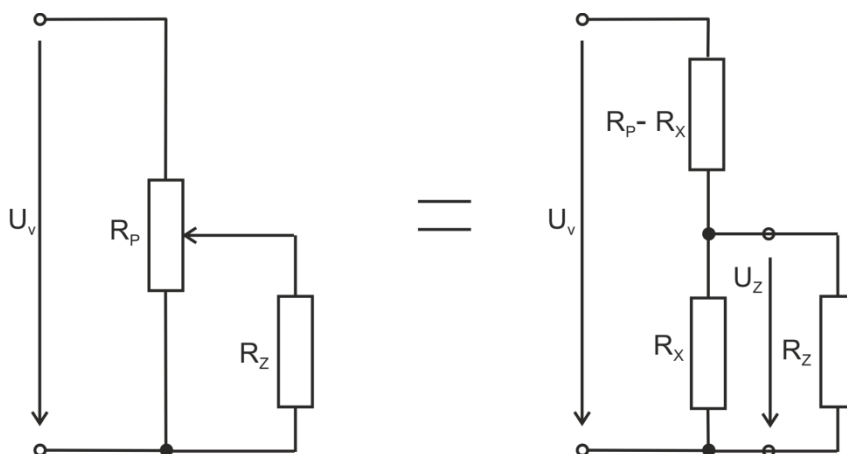
Obr. 2.12 Paralelné zapojenie kondenzátorov

2.4.2.2 Potenciometer

Potenciometer je typ pasívneho prvku s troma svorkami, z ktorých jedna predstavuje vývod tzv. *bežca* tvoriaceho pohyblivý (otočný alebo posuvný) kontakt. Pokiaľ sa využijú všetky tri svorky, potenciometer funguje ako **regulovateľný delič napätia** a na výstupe potenciometra (medzi spoločnou svorkou a svorkou bežca) môžeme namerať napätie odpovedajúce určitej časti napájacieho napätia podľa uhla natočenia bežca (alebo jeho posunutia). Ak sa využijú iba dve svorky (bežec a jedna zo zvyšných svoriek), potenciometer funguje ako **regulátor prúdu (reostat)**. Potenciometre sa používajú v rôznych elektrických a elektronických zariadeniach, kde vzniká potreba plynule regulovať napätie (napr. ovládanie hlasitosti v audio technike) alebo tiež ako snímače polohy. Na Obr. 2.13 je znázornený potenciometer ako súčiastka v dvoch vyhotoveniach (klasický otočný potenciometer vľavo a trimer používaný pre nastavenie (alebo občasné prestavenie) hodnôt nejakého obvodu v strede) a značka potenciometra používaná v elektrotechnických schémach.



Obr. 2.13 Potenciometer (vľavo) [16], (potenciometrický) trimer (v strede) [20], značka potenciometra (vpravo)



Obr. 2.14 Princíp činnosti potenciometra – zaťažný potenciometer (vľavo), reprezentácia zaťažného potenciometra pomocou dvoch sériovo zapojených rezistorov tvoriacich napäťový delič

Princíp činnosti potenciometra je možné vysvetliť pomocou princípu napäťového deliča uvedeného v kapitole 2.4.2. Potenciometer je totiž možné vnímať ako sériové zapojenie dvoch

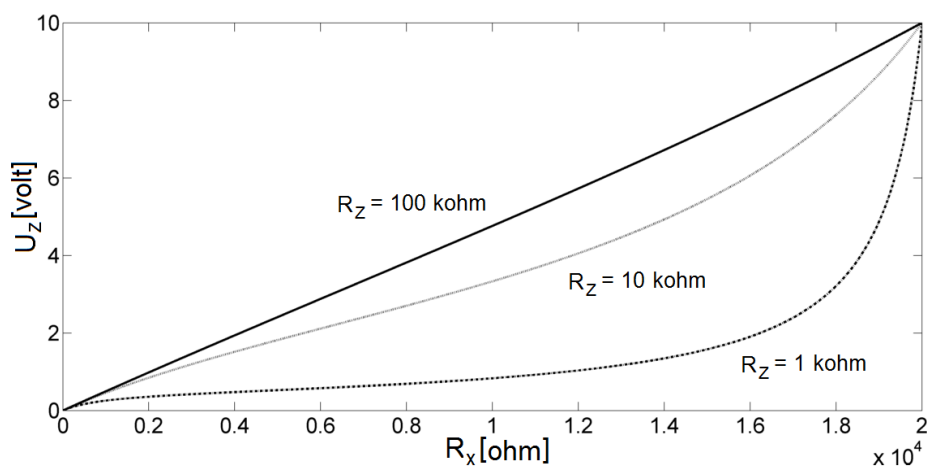
rezistorov tvoriacich napäťový delič, ktorého deliaci pomer je možné meniť pohybom bežca. Ak budeme uvažovať celkový odpor potenciometra R_p (konštantný), odpor záťaže R_z (konštantný), napájacie napätie U_v (konštantné) a zaradenú odporovú dráhu $R_x = R_p(x/l)$, kde x – veľkosť zaradenej odporovej dráhy a l – celková dĺžka odporovej dráhy, je možné výstupné napätie zaťaženého potenciometra vyjadriť v nasledujúcej podobe:

$$U_z = \frac{\frac{R_x R_z}{R_x + R_z}}{R_p - R_x + \frac{R_x R_z}{R_x + R_z}} U_v$$

a po úprave zloženého zlomku dostaneme:

$$U_z = \frac{R_x R_z}{R_p R_x + R_p R_z - R_x^2} U_v \quad (2.14)$$

Ako je vidieť zo vzťahu 2.14 výstupné napätie potenciometra U_z je nelineárnou funkciou odporu R_x . Nelinearita tohto vzťahu závisí od veľkosti odporu záťaže (Obr. 2.15), pričom lineárny vzťah dostávame pre nezaťažený potenciometer, teda $R_z = \infty$.



Obr. 2.15 Závislosť výstupného napätia potenciometra na odpore R_x pri rôznych hodnotách odporu záťaže R_z (zvolené hodnoty : $R_p = 20 \text{ k}\Omega$, $U_v = 10 \text{ V}$, $R_x = <0;20 \text{ k}\Omega>$)

2.4.3 Metóda priameho použitia Kirchhoffových zákonov

Nevýhodou metódy postupného zjednodušovania je jej obmedzenie na prípady kedy je v obvode jeden zdroj (resp. aj viac zdrojov ale nie v rôznych vetvách). Ak nie je možné použiť metódu postupného zjednodušovania, obvod sa dá analyzovať prostredníctvom metódy priameho použitia KZ, ktorá má všeobecný charakter. Výsledkom použitia tejto metódy je sústava lineárnych rovníc o n neznámych, riešením ktorých dostávame prúdy v príslušných vetvách. V minulosti boli odvodené modifikácie tejto metódy umožňujúce znížiť počet rovníc, ktoré bolo potrebné riešiť (*metóda slučkových prúdov* a *metóda uzlových napätí*). V súčasnosti takéto metódy strácajú na význame vzhľadom k dostupnosti výpočtovej techniky, ktorá umožňuje získať riešenie aj veľmi vysokého počtu rovníc v krátkom čase.

Východiská metódy priameho použitia KZ:

1. Zostaví sa toľko rovníc, koľko je neznámych vetvových prúdov
2. Počet rovníc podľa I. KZ sa rovná počtu nezávislých uzlov
3. Počet rovníc podľa II. KZ sa rovná počtu nezávislých slučiek

Použitie metódy vedie na sústavu lineárnych algebrických rovníc o toľkých neznámych, koľko je neznámych vetvových prúdov. Počet nezávislých uzlov (u_n) sa určí podľa počtu všetkých uzlov mínus jeden uzol ($u_n = u - 1$). Počet nezávislých slučiek sa určí podľa počtu všetkých vetiev (v) mínus počet nezávislých uzlov ($s_n = v - u_n$).

Postup pri riešení:

1. Zvolia sa smery vetvových prúdov
2. Zvolí sa referenčný uzol
3. Zistí sa počet nezávislých uzlov a počet nezávislých slučiek
4. Zvolia sa smery obehov v slučkách
5. Zostavia sa rovnice podľa I. KZ pre všetky nezávislé uzly
6. Zostavia sa rovnice podľa II. KZ pre všetky nezávislé slučky
7. Rieši sa výsledná sústava rovníc

Ak je niektorý z výsledných prúdov záporný, znamená to, že v skutočnosti tečie opačným smerom ako bolo zvolené.

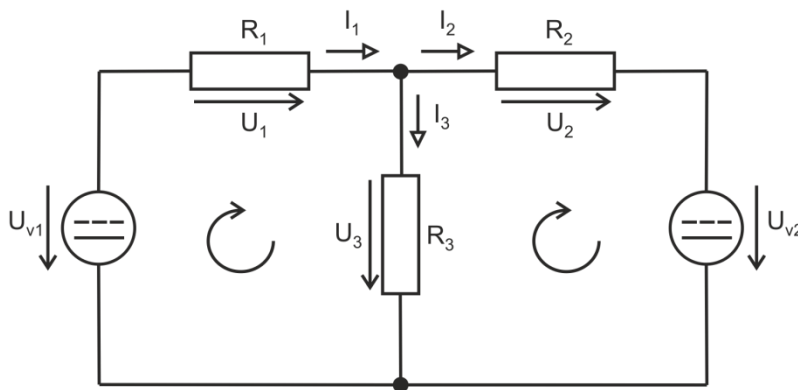
Príklad 2.3

Vypočítajte vetvové prúdy I_1 , I_2 a I_3 ak je dané $U_{v1} = 10V$, $U_{v2} = 20V$, $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 12\Omega$.

Vzhľadom k tomu, že použité ideálne napäťové zdroje v obvode sú v rôznych vetvách, nie je možné ich transfigurovať na jeden a je nutné použiť metódu priameho použitia KZ. Podľa postupu si najprv zvolíme smery vetvových prúdov (vyznačené v schéme) a tiež referenčný uzol (uzol 2). V druhom kroku zistíme počet nezávislých uzlov a počet nezávislých slučiek:

$$u_n = u - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$s_n = v - u_n = 3 - 1 = 2$$



Výsledný počet rovníc v obvode je 3 ($u_n + s_n$), čo je vidieť aj z vyznačených neznámych vetvových prúdov. Vyznačíme si tiež smery obehov v slučkách a zostavíme rovnice podľa I. a II. KZ.

Podľa I. KZ pre uzol 1 platí:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Podľa II. KZ pre nezávislé slučky platí:

$$U_1 + U_3 - U_{v1} = 0 \Rightarrow R_1 I_1 + R_3 I_3 = U_{v1}$$

$$U_2 + U_{v2} - U_3 = 0 \Rightarrow R_2 I_2 - R_3 I_3 = -U_{v2}$$

Uvedené rovnice boli upravené tak, že úbytky napätí na pasívnych prvkoch sa rozpísali podľa Ohmovho zákona (v takom prípade nám budú v rovniciach figurovať už aj vetvové prúdy, ktoré sú neznámymi) a napätia zdrojov boli presunuté na pravú stranu.

Dosadením koeficientov pri neznámych a napätí zdrojov podľa zadania dostávame nasledujúcu sústavu:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$5I_1 + 12I_3 = 10$$

$$10I_2 - 12I_3 = -20$$

Po získaní matematického modelu elektrického obvodu v tejto podobe je získanie výsledku už len otázkou vyriešenia sústavy rovníc a je možné využiť ľubovoľnú matematickú metódu (alebo riešenie prostredníctvom PC). Výsledné hodnoty prúdov:

$$I_1 = \underline{-0,087A}, I_2 = \underline{-0,957A}, I_3 = \underline{0,87A}$$

Ako je vidieť z výsledkov, smer prúdov I_1 a I_2 je v skutočnosti opačný ako bol zvolený.



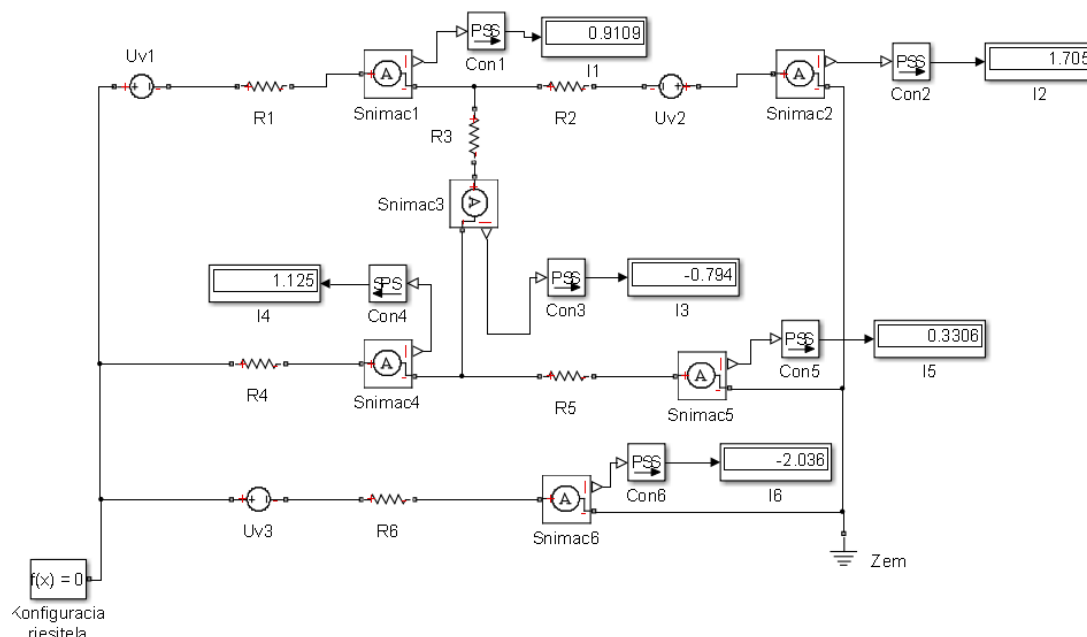
Príklad 2.4

V nasledujúcom príklade bude ilustrovaná výhoda použitia softvéru pre analýzu elektrického obvodu, pričom táto výhoda sa stáva markantnou predovšetkým pri zložitejších obvodoch. Softvér môže uľahčiť analýzu elektrického obvodu buď na úrovni riešenia sústavy rovníc predstavujúcich matematický model systému po ich zostavení vyššie uvedenou metódou priameho použitia KZ alebo kompletným riešením úlohy analýzy len na základe definovania hodnôt parametrov pasívnych a aktívnych prvkov obvodu a ich prepojenia.

Analyzovaný bude elektrický obvod schéma ktorého je uvedená na Obr. 2.6. Obvod obsahuje 6 neznámych vetvových prúdov, 3 zdroje napätia a 6 rezistorov. Sústava rovníc zostavená na základe metódy priameho použitia KZ by obsahovala 6 rovníc o 6 neznámych, čo takmer vylučuje pohodlné riešenie ručným výpočtom. Jedným zo softvérov, ktoré je možné pre analýzu elektrických obvodov využiť je SimElectronics Toolbox v rámci programu Matlab/Simulink.

Parametre sú dané nasledovne:

$R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 7\Omega$, $R_4 = 8\Omega$, $R_5 = 12\Omega$, $R_6 = 1\Omega$, $U_{v1} = 10V$, $U_{v2} = 5V$, $U_{v3} = 15V$.



Analýza elektrického obvodu spočíva vo vytvorení schémy odpovedajúcej zapojeniu obvodu a spustení simulácie. Vzhľadom k tomu, že ide o simuláciu jednosmerného obvodu, majú príslušné vetvové prúdy konštantné hodnoty v čase a samotný čas simulácie nie je rozhodujúci. Je vhodné si všimnúť značky používané pre rezistory (označenie R1 až R6), ktoré odpovedajú americkému štandardu zobrazovania elektronických prvkov. V každej vetve obvodu musí byť umiestnený snímač prúdu (Snimac1 až Snimac6), ktorý umožňuje merať hodnoty vetvových prúdov, pričom výsledné hodnoty prúdov sú zobrazené na displejoch (I1 až I6). Znamienko výsledného prúdu závisí od smeru prúdu snímačom – je záporný ak smeruje od záporného pólu snímača ku kladnému a naopak. Skúšku správnosti môžeme ľahko vykonať aplikovaním I.K.Z pre jednotlivé uzly.

Z uvedeného vyplýva, že hlavná časť riešenia spočíva vo vytvorení softvérovej schémy analyzovaného obvodu, čo je samozrejme omnoho jednoduchšie ako riešenie sústavy rovníc o veľkom počte neznámych. V prípade zmeny parametrov obvodu je potrebné vykonať iba zmenu príslušného parametra v konkrétnom bloku schémy a opätovne spustiť simuláciu.



Zhrnutie

1. Elektrický obvod je zoskupenie obvodových prvkov umožňujúce prenos energie elektromagnetického poľa na iné druhy a naopak resp. prenos informácií. Obvodové prvky delíme na aktívne (zdroje), ktoré premieňajú iný druh energie na elektrickú a pasívne (spotrebiče), ktoré premieňajú elektrickú energiu na iný druh energie. Obvody zjednodušene reprezentujeme pomocou schém, v ktorých sú jednotlivé prvky znázornené pomocou schematických značiek spojených čiarami znázorňujúcimi ideálne vodiče. Väčšina prvkov patrí k dvojpólom – prvkom, ktoré majú dvojicu svoriek.
2. Elektrické zdroje sa (z praktických dôvodov) delia na napäťové a prúdové avšak keďže platí dualita zdrojov, oba typy zdrojov sa vzhľadom k vonkajším svorkám chovajú rovnako a je možné previesť jeden na druhý. Charakteristickými parametrami

napäťových zdrojov sú vnútorné napätie a vnútorný odpor a prúdových zdrojov sú vnútorný prúd a vnútorná vodivosť. V reálnych zdrojoch sa časť vytvorenej elektrickej energie mení na teplo čo charakterizujú práve parametre vnútorný odpor a vnútorná vodivosť. Čím väčšie hodnoty majú, tým je pokles svorkového napätia (pri napäťových zdrojoch) alebo dodávaného prúdu (pri prúdových zdrojoch) pri zmene prúdu resp. napätia záťaže väčší – používame pojem mäkšie.

3. Pri analýze elektrického obvodu sa snažíme z daných hodnôt elektrických veličín určiť hodnoty neznámych elektrických veličín (obvykle prúdov alebo úbytkov napätí). Pri syntéze sa naopak snažíme navrhnúť obvod (prvky) tak, aby sme dosiahli žiadané hodnoty elektrických veličín. Z geometrického hľadiska rozlišujeme v obvodoch uzol, vetvu, slučku a cestu, pričom (vnútorný) uzol vzniká v mieste spojenia aspoň (dvoch) troch dvojpólov a cesta je vodivé spojenie medzi dvoma uzlami.
4. Pre analýzu elektrických obvodov používame tri základné zákony: Ohmov zákon, I. Kirchhoffov zákon a II. Kirchhoffov zákon. Podľa Ohmovho zákona je prúd priamo úmerný veľkosti napätia a nepriamo úmerný veľkosti elektrického odporu. Podľa I. Kirchhoffovho zákona platí, že algebrický súčet prúdov v uzle sa rovná nule. Podľa II. Kirchhoffovho zákona platí, že algebrický súčet napätí v slučke sa rovná nule.
5. Základnými metódami pre analýzu elektrických obvodov sú metóda postupného zjednodušovania a metóda priameho použitia Kirchhoffových zákonov. Ak je začiatok jedného dvojpólu spojený s koncom druhého dvojpólu, ide o sériové zapojenie. Ak sú začiatky a konce spojené do spoločných bodov, ide o paralelné zapojenie. Výsledný odpor sériového zapojenia je daný súčtom odporov všetkých rezistorov. Pri paralelnom zapojení sa prevrátená hodnota výsledného odporu rovná súčtu prevrátených hodnôt všetkých odporov.
6. Sériovo zapojené rezistory nám tvoria napäťový delič pri ktorom platí, že napätie sa delí v priamom pomere veľkostí odporov. Sériovo zapojenými odpormi preteká rovnaký prúd. Paralelne zapojené rezistory nám tvoria prúdový delič, pri ktorom platí, že prúd sa delí v priamom pomere veľkostí vodivosti daných vetiev. Na paralelne zapojených odporoch je rovnaké napätie.
7. Potenciometer je s trojicou svoriek, ktorá funguje ako regulovateľný delič napätia. Jedna zo svoriek je spoločná pre vstup aj výstup. Obvykle sa napája konštantným napätím a posúvaním bežca meníme odpor zaradenej odporovej dráhy čím sa mení napätie medzi svorkou bežca a spoločnou svorkou podľa princípu napäťového deliča – môžeme ho teda chápať ako zapojenie dvoch rezistorov sérii, ktorých jednotlivý odpor sa posunom bežca mení ale v súčte ostáva rovnaký (celkový odpor potenciometra).

3 MAGNETIZMUS A MAGNETICKÉ OBVODY

Ciele

Po preštudovaní kapitoly by mal byť študent schopný:

1. Definovať základné magnetické veličiny a uviesť ich jednotky
2. Charakterizovať magnetické pole v okolí priameho vodiča
3. Klasifikovať materiály z hľadiska ich magnetických vlastností a uviesť špecifické vlastnosti materiálov používaných v magnetických obvodoch
4. Vysvetliť funkciu cievky a definovať jej charakteristický parameter
5. Uviesť použitie analógie elektrických a magnetických obvodov pre ich analýzu
6. Definovať základné zákony pre analýzu magnetických obvodov a porovnať rozdiely medzi analýzou elektrických a magnetických obvodov
7. Prostredníctvom uvedených zákonov analyzovať jednoduché magnetické obvody

3.1 Úvod do magnetizmu

V úvodnej časti o elektrostatickom poli sme uvažovali špeciálny prípad v rámci elektromagnetizmu kedy sa elektrický náboj nepohyboval a sústredili sme sa na silové pôsobenie medzi nábojmi zo statického hľadiska. V prípade, že sa náboj bude pohybovať bude naň pôsobiť okrem sily elektrického poľa aj **magnetická sila**. Základnou veličinou charakterizujúcou silové pôsobenie magnetického poľa je **magnetická indukcia $\mathbf{B}$** , ktorú môžeme definovať ako silu, ktorou pôsobí elektromagnetické pole na časticu s elementárnym nábojom q pohybujúcou sa rýchlosťou v

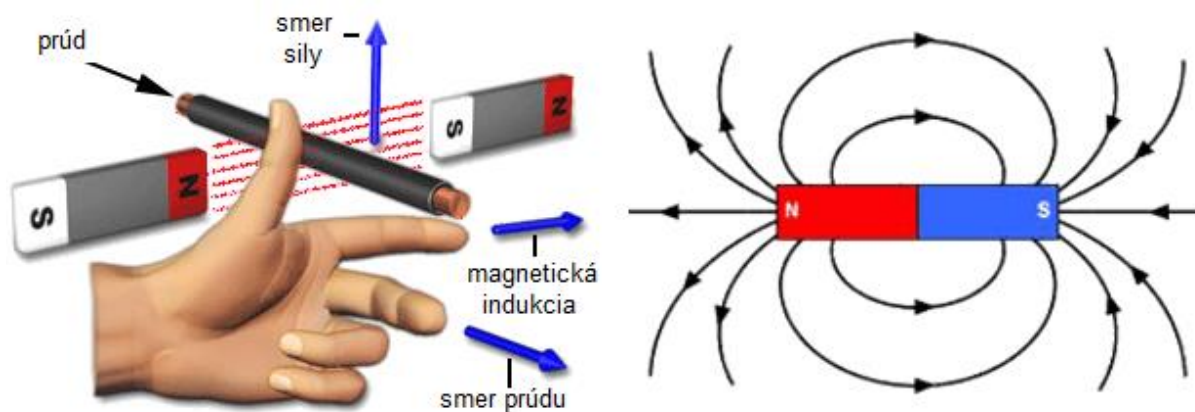
$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{F}}{qv} \quad (3.1)$$

Jednotkou magnetickej indukcie je **tesla** [T]. Magnetická indukcia je vektorová veličina, čo znamená, že okrem veľkosti má aj smer. Graficky znázorňujeme magnetické pole pomocou *magnetických siločiar*, ktoré charakterizujú rozloženie vektora $\mathbf{B}$ (Obr. 3.1 vpravo). Vektor magnetickej indukcie $\mathbf{B}$ má potom v každom bode magnetického poľa smer dotyčnice k siločiare. Z Obr. 3.1 je zrejmé, že siločiar magnetického poľa sú (na rozdiel od siločiar elektrického poľa) uzavreté do seba, a teda nemajú ani začiatok ani koniec.

V prípade, že je vodič pretekaný prúdom kolmý k smeru vektora $\mathbf{B}$, je možné silu pôsobiacu na tento vodič vyjadriť v nasledujúcej forme:

$$\mathbf{F} = BIl \quad (3.2)$$

kde B – veľkosť magnetickej indukcie, I – veľkosť elektrického prúdu vo vodiči a l – aktívna dĺžka vodiča (dĺžka na ktorej je vodič vystavený účinkom magnetického poľa).

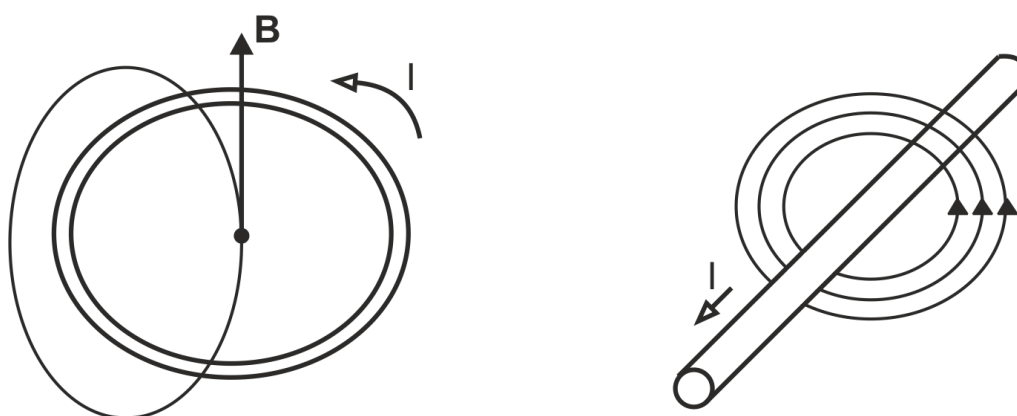


Obr. 3.1 Pravidlo ľavej ruky pre určenie smeru sily podľa smeru prúdu a smeru vektora magnetickej indukcie (vľavo) [21] a znázornenie magnetického poľa v okolí permanentného magnetu pomocou siločiar (vpravo) [22]

Vzťah 3.2 platí v takejto podobe len pre prípad homogénneho poľa (pole v ktorom má vektor $\mathbf{B}$ v každom bode rovnaký smer aj veľkosť). V praktických prípadoch magnetických obvodov sa obvykle uvažuje homogénne magnetické pole čo významne uľahčuje výpočty. Hodnota vektora $\mathbf{B}$ v danom bode v okolí vodiča závisí od jeho tvaru. Ak má vodič tvar kruhového závitu (Obr. 3.2), magnetická indukcia v osi tohto závitu má veľkosť

$$B = \frac{\mu I}{2R} \quad (3.3)$$

kde μ - permeabilita (veľičina charakterizujúca prostredie z hľadiska magnetického silového pôsobenia) a R – polomer závitu. Uvažovanie vodiča v tvare závitu je dôležité z hľadiska vysvetlenia funkcie ďalšieho pasívneho prvku, ktorým je cievka. Smer vektora $\mathbf{B}$ sa určuje pomocou tzv. *prvého pravidla pravej ruky*, podľa ktorého ak položíme pravú ruku na vodič tak, aby palec ukazoval smer prúdu, potom prsty ukazujú smer vektora magnetickej indukcie.



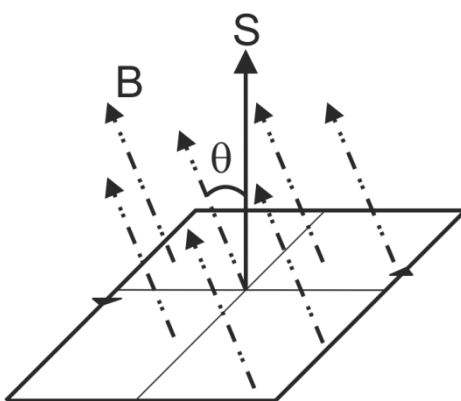
Obr. 3.2 Orientácia vektora $\mathbf{B}$ v osi závitu pretekaného prúdom (vľavo) a rozloženie magnetického poľa v okolí priameho vodiča (vpravo)

Ďalšou veličinou pomocou ktorej je možné charakterizovať silové pôsobenie magnetického poľa je **magnetický tok** (ϕ). Táto veličina vyjadruje tok vektora magnetickej indukcie

nejakou plochou (Obr. 3.3). Ak predpokladáme homogénne magnetické pole, je možné magnetický tok vyjadriť:

$$\phi = BS \cos \theta \quad (3.4)$$

kde B – veľkosť magnetickej indukcie, S – veľkosť plochy ktorou tok vektora magnetickej indukcie uvažujeme a θ - uhol medzi vektorom magnetickej indukcie $\mathbf{B}$ a normálou plochy $\mathbf{S}$. Jednotkou magnetického toku je **weber** [Wb]. Je zrejmé, že pokiaľ bude smer normály $\mathbf{S}$ a vektora $\mathbf{B}$ zhodný (vektor $\mathbf{B}$ bude kolmý k ploche), bude kosínus uhla rovný 1 a veľkosť magnetického toku bude pre danú plochu a veľkosť magnetickej indukcie maximálna. Pri riešení praktických magnetických obvodov sa obvykle predpokladá homogénne magnetické pole, kde je vektor $\mathbf{B}$ kolmý k ploche, ktorá predstavuje prierez daného magnetického obvodu (napríklad kruhový alebo štvorcový).



Obr. 3.3 Znáznornenie magnetického toku ako toku vektora magnetickej indukcie plochou (v tomto prípade ide o homogénne magnetické pole)

3.2 Permeabilita prostredia

Podobne ako v prípade silového pôsobenia v elektrickom poli, aj magnetické silové pôsobenie je závislé od prostredia v ktorom sa prejavuje. Ľubovoľná látka, ktorá sa nachádza vo vonkajšom magnetickom poli sa magnetizuje a dochádza k vzniku *dodatočného magnetického poľa*, ktoré ovplyvňuje vonkajšie magnetické pole. Jeho veľkosť a spôsob ovplyvnenia vonkajšieho magnetického poľa sa u rôznych látok líši, a preto ich rozdeľuje do troch skupín:

1. **diamagnetické** (napr. voda, kremeň, striebro, meď a i.)

Dodatočné magnetické pole diamagnetických látok má opačnú orientáciu ako vonkajšie magnetické pole a jeho účinok zoslabuje

2. **paramagnetické** (hliník, kyslík, vzduch a i.)

Dodatočné magnetické pole paramagnetických látok má rovnakú orientáciu ako vonkajšie magnetické pole a jeho účinok zosilňuje

3. **feromagnetické** (železo, kobalt, nikel a i.)

Dodatočné magnetické pole paramagnetických látok má rovnakú orientáciu ako vonkajšie magnetické pole a jeho účinok podstatne zosilňuje



Spôsob akým sa rôzne typy látok správajú vo vonkajšom magnetickom poli je vysvetľovaný prostredníctvom prúdových slučiek v atóмоch tvoriacich magnetický dipól. Magnetický dipól vytvára magnetický moment (vektorová veličina), ktorý sa rovná súčinu prúdu slučkou a jeho plochou. Orientácia týchto slučiek rozhoduje o účinku dodatočného magnetického poľa – pokiaľ sú orientované náhodne (čo je v prípade ak nie je prítomné vonkajšie magnetické pole), je výsledné dodatočné magnetické pole nulové. V prítomnosti vonkajšieho magnetického poľa sa prúdové slučky orientujú tak, že vytvárajú nenulové dodatočné magnetické pole, ktoré ovplyvňuje vonkajšie magnetické pole – môžu ho buď zoslabovať alebo zosilňovať.

Vyššie uvedené účinky z hľadiska magnetických silových účinkov jednotlivých typov látok charakterizujeme pomocou **permeability**, ktorú môžeme vyjadriť v nasledujúcej podobe:

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (3.5)$$

kde μ_0 - permeabilita vákua a μ_r – relatívna permeabilita. Jednotkou permeability je **henry na meter** [H.m^{-1}]. Permeabilita vákua je konštanta, ktorej hodnota je $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$. Práve relatívna permeabilita charakterizuje z kvantitatívneho hľadiska schopnosť danej látky zosilňovať vonkajšie magnetické pole (para- a feromagnetické látky), pričom čím väčšia je táto hodnota tým je tento efekt výraznejší. Je to bezrozmerná veličina, ktorá udáva koľkokrát je permeabilita daného prostredia (látky) väčšia ako permeabilita vákua. Pre konštrukciu magnetických obvodov sa preto kvôli vysokým hodnotám relatívnej permeability používajú práve feromagnetické materiály.

3.3 Ampérov zákon celkového prúdu

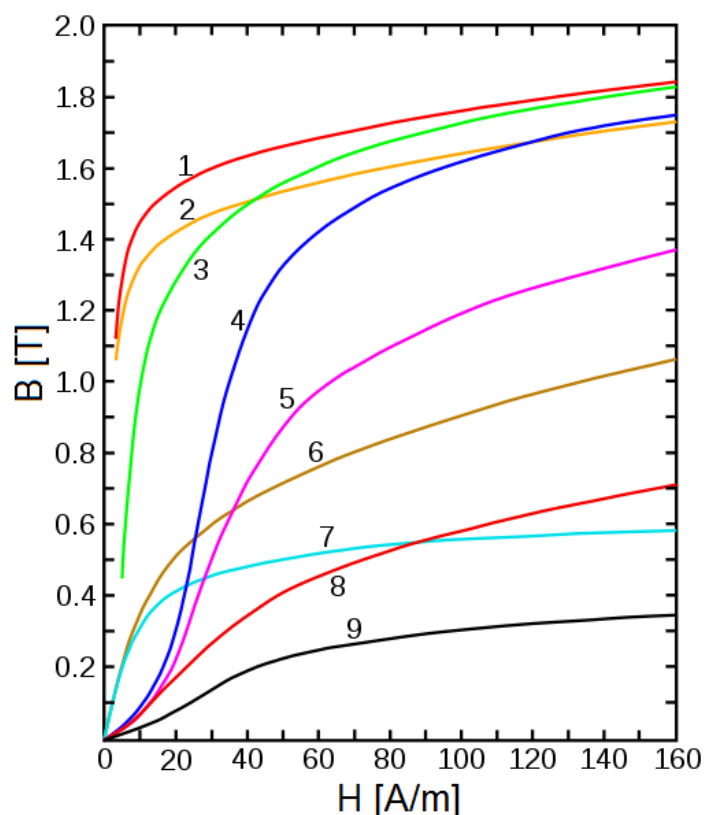
Ako bolo spomenuté v úvode kapitoly, účinky magnetického poľa sa začínajú prejavovať ak sa elektrický náboj pohybuje, t.j. ak vodičom preteká elektrický prúd. Z hľadiska analýzy magnetických obvodov je však dôležité vzťah medzi elektrickým a magnetickým poľom popísať matematicky. Tento vzťah vyjadruje vzťah medzi elektrickým prúdom a veličinou nazývanou **intenzita magnetického poľa** (**H**). Je to vektorová veličina, ktorá je úzko spätá s magnetickou indukciou **B** – má rovnaký smer avšak na rozdiel od magnetickej indukcie jej veľkosť nezávisí od prostredia. Jednotkou intenzity magnetického poľa je **ampér na meter** [A.m^{-1}].

Vzťah medzi magnetickou indukciou **B** a intenzitou magnetického poľa **H** je možné matematicky zapísať takto:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (3.6)$$

kde μ - permeabilita prostredia (materiálu) uvedená vo vzťahu 3.5. Napriek zdanlivo jednoduchšej podobe vzťahu, nie je permeabilita feromagnetických materiálov konštantná ale závisí od veľkosti intenzity magnetického poľa, a preto *nie je* vzťah 3.6 *lineárny* (jeho grafickým znázornením nebude priamka). Z toho vyplýva, že pri analýze magnetických obvodov nie je vo všeobecnosti možné pri znalosti veľkosti intenzity magnetického poľa vypočítať magnetickú indukciu a naopak. V takom prípade je potrebné mať k dispozícii experimentálne zistenú závislosť medzi **B** a **H** pre konkrétny materiál odkiaľ môžeme pre

danú hodnotu **B** resp. **H** odčítať príslušnú hodnotu **H** resp. **B**. Táto závislosť sa nazýva **magnetizačná krivka**, a jej priebeh pri začiatku magnetizácie materiálu sa nazýva **krivka prvej magnetizácie**. Na Obr. 3.4 sú uvedené krivky prvej magnetizácie pre niektoré materiály.



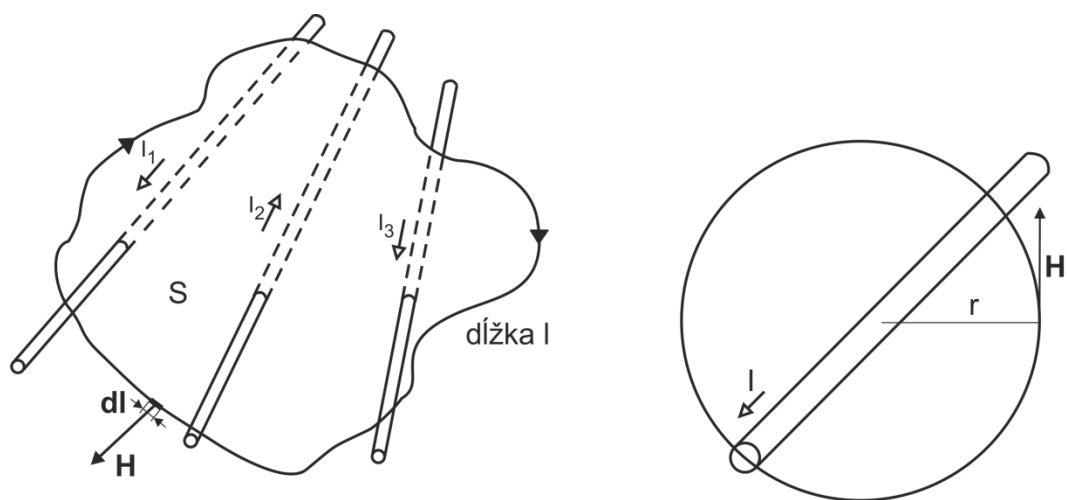
Obr. 3.4 Krivky prvej magnetizácie pre rôzne materiály (1 – oceľový plech, žiháný 2 – plech z kremíkovej ocele, žiháný, obsah Si 2,5%, 3 – mäkká oceľoliatina, 4 – volfrámová oceľ, 5 – magnetová oceľ, 6 – železná liatina, 7 – nikel, 99%, 8 – kobaltová liatina, 9 – magnetit, Fe_2O_3) [16]

Ampérov zákon celkového prúdu vyjadruje vzťah medzi **magnetickým napätím** (U_m) pozdĺž určitej krivky a celkovým prúdom vo vodičoch, ktoré táto krivka obklopuje. Slovné zníe:

Magnetické napätie pozdĺž krivky s dĺžkou L sa rovná celkovému prúdu prechádzajúcemu plochou S , ktorej okraj tvorí krivka L .

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum \pm I \quad (3.7)$$

pričom ľavá strana rovnice predstavuje magnetické napätie. Vo všeobecnom vyjadrení je potrebný krivkový integrál pretože vektor **H** nie je všeobecne konštantný a je potrebné integrovať magnetické napätie po celej dĺžke krivky (teda „sčítať“ nekonečne malé prírastky magnetického napätia). Rovnako je potrebné vziať do úvahy kosínus uhla medzi orientovaným elementárnym prírastkom dĺžky **dl** a vektorom **H** (Obr. 3.5 vľavo). Znamienko prúdu na pravej strane sa vyhodnotí podľa pravidla pravej ruky : prsty ukazujú smer orientácie krivky a ak je smer prúdu zhodný so smerom palca, má kladné znamienko (prúd I_2).



Obr. 3.5 Ampérov zákon celkového prúdu vo všeobecnej podobe (vľavo) a pre jeden priamy vodič (vpravo)

V praktických prípadoch spravidla nie je nutné používať zákon celkového prúdu vo všeobecnej forme s krivkovým integrálom, pretože sa uvažuje konštantnosť vektora $\mathbf{H}$ pozdĺž celej krivky, pričom v každom bode je jeho smer zhodný so smerom orientácie elementu $d\mathbf{l}$. Z toho vyplýva, že na ľavej strane budeme mať jednoduchý súčin $U_m = H \cdot l$, kde l – dĺžka krivky, ktorá môže predstavovať napr. kružnicu alebo štvorec (obdĺžnik) podľa geometrie magnetického obvodu. V prípade magnetického poľa v okolí priameho vodiča môžeme vzťah medzi intenzitou magnetického poľa a elektrickým prúdom pretekajúcim vodičom vyjadriť pomocou zákona celkového prúdu ak uvažovanou krivkou bude kružnica – v takom prípade sú všetky body krivky rovnako vzdialené od osi vodiča, a preto aj $\mathbf{H}$ bude konštantné. Navyše smer $\mathbf{H}$ má v každom bode smer dotýčnice, a je teda zhodný s orientáciou dĺžkového elementu $d\mathbf{l}$. Preto platí:

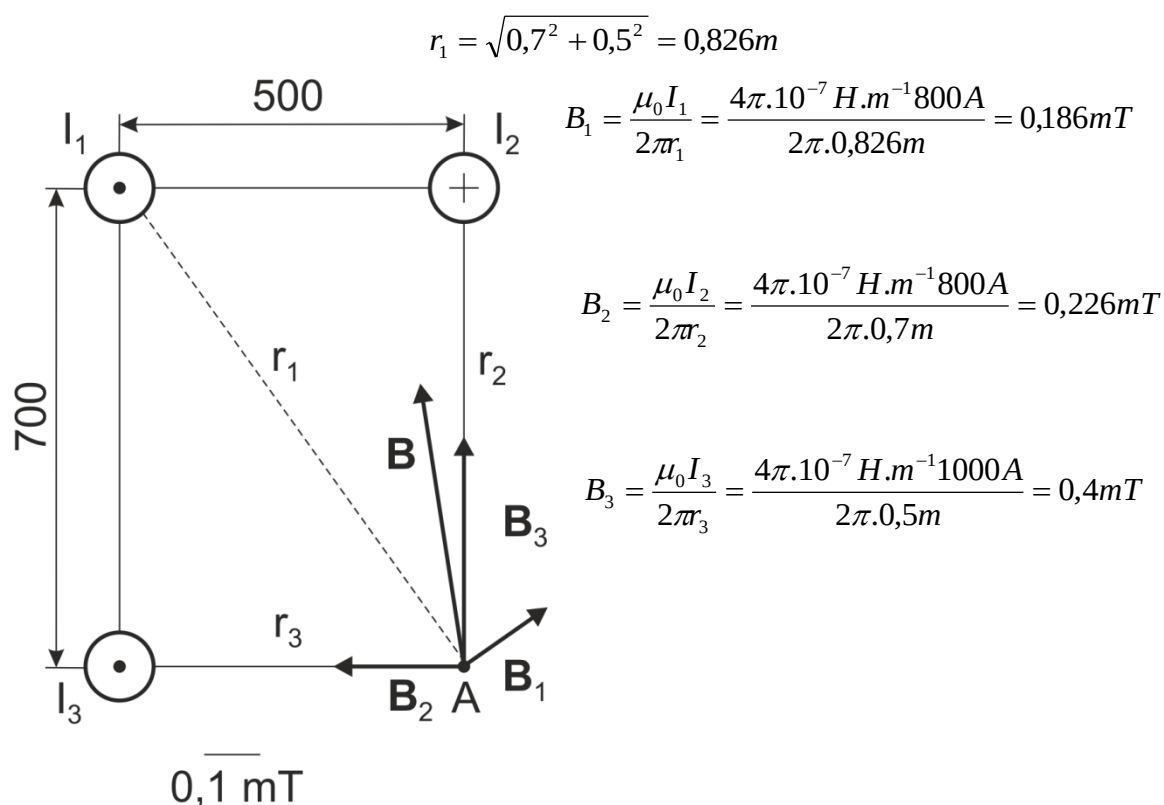
$$H 2\pi r = I \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$$

Príklad 3.1

V bode A (viď obrázok) je umiestnený elektrický merací prístroj. V určitej vzdialenosti od tohto bodu sú 3 vodiče, ktorými preteká elektrický prúd. Úlohou je určiť či bude údaj meracieho prístroja ovplyvnený vonkajším magnetickým poľom vytvoreným vodičmi. O ovplyvnení rozhoduje maximálna veľkosť vektora magnetickej indukcie v danom bode $\mathbf{B}_{\max} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$. Vodičmi prechádzajú prúdy $I_1 = I_2 = 800 \text{ A}$ a $I_3 = 1000 \text{ A}$. Prostredím je vzduch, pre ktorý platí $\mu_r \cong 1$, a teda $\mu = \mu_0$.

Zadanie úlohy odpovedá určeniu výsledného vektora magnetickej indukcie $\mathbf{B}$ a jeho porovnanie s hodnotou $\mathbf{B}_{\max}$. V predošlom bolo uvedené aký vzťah platí pre výpočet intenzity magnetického poľa v okolí priameho vodiča. Keďže všetky body sú rovnako vzdialené od osi vodiča, je $\mathbf{H}$ po celej kružnici konštantné. Vektor $\mathbf{H}$ bude tvoriť kolmicu k spojnici bodu A a príslušného vodiča, ostáva len určiť jeho podľa prvého pravidla pravej ruky. Smer prúdov v jednotlivých vodičoch sú naznačené v ich osi (plný čierny krúžok znamená smer pred plochu a znamienko plus znamená smer za plochu). V súlade s týmito smermi má vektor $\mathbf{B}_2$ vľavo od kolmice a vektory $\mathbf{B}_1$ a $\mathbf{B}_3$ vpravo od kolmice.

Ich veľkosti môžeme vypočítať nasledovne:



Pre určenie výsledného vektora **B** v bode A je potrebné jednotlivé príspevky od príslušných vodičov (vektorovo) sčítať. Graficky je výsledný vektor **B** zobrazený na obrázku a jeho veľkosť je možné vypočítať nasledovne:

$$B' = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{0,186^2 + 0,226^2} \cong 0,293mT$$

$$B = \sqrt{B'^2 + B_3^2} = \sqrt{0,293^2 + 0,4^2} \cong \underline{\underline{0,496mT}}$$

Veľkosť výsledného vektora **B** v bode A je 0,496 mT. Vidíme, že **B_{max}** má hodnotu 0,5 mT, a teda že veľkosť výsledného vektora je menšia. Je však potrebné zobrať do úvahy, že rozdiel odpovedá iba 0,004 mT čo pri určitej tolerancii pre určenie **B_{max}** môže znamenať vysokú pravdepodobnosť ovplyvnenia údajov.

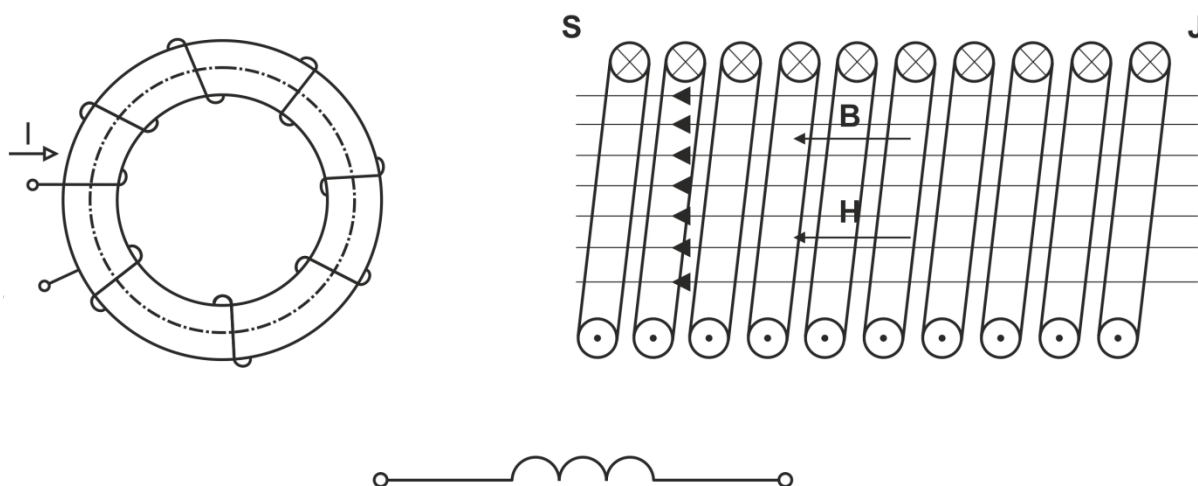
3.4 Cievka

Cievka je pasívny prvok, ktorý tvorí vodič vinutý vo forme závitov, ktoré vytvárajú dutinu. V tejto dutine je koncentrované magnetické pole, preto cievku môžeme považovať za zásobník energie magnetického poľa. Na Obr. 3.2 v kapitole 3.1 bolo znázornené magnetické pole pomocou siločiar v osi závitov. Ak si predstavíme *N* takýchto závitov vedľa seba, je možné získať predstavu o podobe magnetického poľa vnútri dutiny cievky.

Na Obr. 3.6 vľavo je znázornený typ cievky s prstencovým jadrom, nazývanej tiež *toroidná cievka* (toroid). Magnetické pole je sústredené do prstenca, ktorý je obklopený závitmi cievky. Na Obr. 3.6 vpravo je znázornená *jednovrstvová cievka*, ktorú možno vnímať ako časť toroidu s nekonečne veľkým polomerom. Na obrázku sú tiež znázornené siločiar magnetického poľa

vnútri dutiny, ktoré odpovedajú homogénnemu magnetickému poľu (t.j. vektor $\mathbf{B}$ resp. $\mathbf{H}$ má v každom bode poľa rovnaký smer aj veľkosť). Magnetické siločiarly sú v dutine cievky orientované od južného pólu (J) k severnému (S) a mimo dutiny od severného k južnému (pripomeňme si, že magnetické siločiarly sú uzavreté do seba). Smer vektorov magnetickej indukcie a intenzity magnetického poľa môžeme zistiť pomocou *druhého pravidla pravej ruky*, podľa ktorého platí, že ak nám prsty ukazujú smer prúdu v závitoch cievky, tak palec ukazuje smer vektora $\mathbf{B}$ resp. $\mathbf{H}$.

V elektrických schémach sa pre cievku používa značka uvedená na Obr. 3.6 dole. Ukážka rôznych typov skutočných cievok je uvedená na Obr. 3.7.



Obr. 3.6 Toroidná cievka (vľavo), magnetické pole v dutine jednovrstvovej cievky (vpravo) a schematická značka cievky (dole)



Obr. 3.7 Rôzne typy cievok [23]

3.4.1 Indukčnosť cievky

Podobne ako predošlé dva typy pasívnych prvkov (rezistory a kondenzátory), aj cievky majú charakteristický parameter, ktorý sa v ich prípade nazýva **indukčnosť** (L). Je možné ju definovať ako pomer magnetického toku a elektrického prúdu, ktorým je vyvolaný:

$$L = \frac{\phi}{I} \quad (3.8)$$

Ak má cievka N závitov, definuje sa tzv. *spriahnutý tok* (Ψ) a platí:

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\phi}{I} \quad (3.9)$$

Jednotkou indukčnosti je **henry** [H]. Indukčnosť cievky s N závitmi a stredným polomerom R môžeme vypočítať na základe nasledujúceho vzťahu:

$$L = \frac{\mu N^2 S}{2\pi R} \quad (3.10)$$

kde S – plocha prierezu cievky. Tento vzťah je možné použiť aj pre výpočet indukčnosti jednovrstvovej cievky, kde menovateľ bude nahradený dĺžkou l tejto cievky. Je potrebné vziať do úvahy, že vo vzťahu figuruje permeabilita, ktorá pre feromagnetické materiály nie je konštantná. To obmedzuje jeho použitie len pre cievky bez feromagnetického jadra, prípadne pre cievky s jadrom kde hodnota prúdu (a teda aj intenzity magnetického poľa) je dostatočne malá na to aby bolo možné počítať s konštantnou hodnotou μ . Magnetické pole v okolí cievky má určitú *energiu*, ktorú môžeme vyjadriť takto:

$$W_M = \frac{1}{2} LI^2 \quad (3.11)$$

3.5 Zákon elektromagnetickej indukcie

Zákon elektromagnetickej indukcie bol objavený r.1831 nezávisle na sebe Michaelom Faradayom a Josephom Henrym. Keďže Michael Faraday uverejnil výsledky ako prvý, tento zákon sa tiež nazýva *Faradayov indukčný zákon*. Podľa neho dochádza pri časových zmenách magnetického toku k indukovaniu napätia po uzavretej dráhe, čo možno vyjadriť:

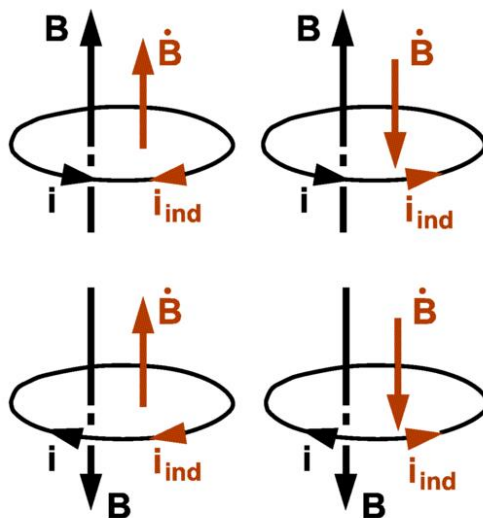
$$u_i = - \frac{d\phi}{dt} \quad (3.12)$$

Zo vzťahu vyplýva, že čím rýchlejšie sa mení magnetický tok v čase (časová derivácia má väčšiu hodnotu), tým väčšia je hodnota indukovaného napätia. Znamienko vo vzťahu vyjadruje **Lenzov zákon**:

Indukovaný prúd je orientovaný tak, že sa snaží zabrániť zmene, ktorá ho vyvolala.

Uvedený zákon je možné vysvetliť pomocou Obr. 3.8. Na obrázku je písmenom i označený prúd, ktorý spôsobuje časovú zmenu magnetického toku (naznačenie pomocou vektora $\mathbf{B}$). Jeho smer je navzájom opačný medzi prvým – druhým a tretím – štvrtým obrázkom. Symbolom $\dot{\mathbf{B}}$ je označená časová zmena magnetického toku (šípka hore znamená nárast toku v čase a šípka dole jeho pokles). Ak magnetický tok narastá (prvý a štvrtý obrázok), smer indukovaného prúdu (i_{ind}) smeruje proti smeru prúdu, ktorý vyvolal časovo premenný

magnetický tok (Φ). Ak magnetický tok klesá (druhý a tretí obrázok), smer indukovaného prúdu je v smere prúdu, ktorý vyvolal časovo premenný magnetický tok.



Obr. 3.8 K vysvetleniu Lenzovho zákona [16]

Keďže magnetický tok je vyjadrený ako súčin magnetickej indukcie a plochy (tok vektora magnetickej indukcie plochou), k jeho zmene môže dochádzať dvoma spôsobmi:

1. Zmenou veľkosti magnetickej indukcie – klúdová (transformátorová) indukcia
2. Zmenou veľkosti plochy – pohybová indukcia

Smer indukovaného napätia v prípade pohybovej indukcie je možné zistiť podľa tzv. tretieho pravidla pravej ruky:

Ak položíme pravú ruku na vodič tak, aby magnetické siločiar vstupovali do dlane a palec ukazoval smer pohybu, prsty ukážu smer indukovaného napätia.

Ak sa vodič pohybuje v smere kolmom na smer magnetických siločiar, veľkosť indukovaného napätia je daná:

$$U_i = Bvl \quad (3.13)$$

kde v – rýchlosť pohybu vodiča a l – aktívna dĺžka vodiča (časť vodiča pretínajúca magnetické siločiar).

3.6 Magnetické obvody

Podobne ako elektrické obvody, v ktorých dochádza k vedeniu elektrického prúdu na príslušné miesto, je možné vytvárať aj magnetické obvody v ktorých sa vedie magnetický tok za účelom splnenia funkcie pre ktorú je obvod určený. Magnetický obvod bude obvykle budený zo zdroja elektrickej energie, pričom pri použití magneticky dobre vodivých materiálov (*feromagnetické materiály*) je možné predpokladať vybudenie magnetického poľa s relatívne veľkou hodnotou magnetickej indukcie pomocou relatívne malého elektrického prúdu.

Pri analýze magnetických obvodov sa s výhodou používa **analógia s elektrickými obvodmi** – ide však len o analógiu formálnu a nie fyzikálnu. Analógiu na úrovni veličín možno naznačiť takto:

<i>magnetický tok</i> (ϕ)	$\leftrightarrow$	<i>elektrický prúd</i> (I)
<i>magnetické napätie</i> (U_m)	$\leftrightarrow$	<i>elektrické napätie</i> (U)
<i>magnetický odpor</i> (R_m)	$\leftrightarrow$	<i>elektrický odpor</i> (R)
<i>magnetická vodivosť</i> (G_m)	$\leftrightarrow$	<i>elektrická vodivosť</i> (G)

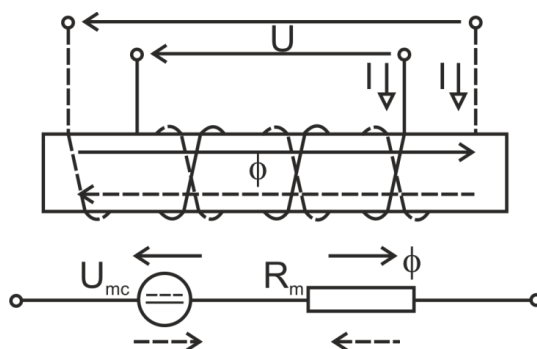
Veličiny magnetický tok a magnetické napätie boli definované v kapitole 3.1. Tu si ich pre prehľadnosť zopakujeme v podobe, v ktorej budú používané v analýze magnetických obvodov. *Magnetický tok* ϕ v magnetických obvodoch bude predstavovať hustotu toku vektora magnetickej indukcie $\mathbf{B}$ kolmého k ploche S a *magnetické napätie* U_m bude odpovedať súčinu intenzity magnetického poľa $\mathbf{H}$ a dĺžky l na ktorom je $\mathbf{H}$ konštantné (resp. za také sa považuje). Teda platí:

$$\boxed{\phi = B.S \quad U_m = H.l} \quad (3.14)$$

Magnetické pole v magnetickom obvode sa vybudzuje pomocou cievky navinutej na jadre z feromagnetického materiálu. Budiace magnetické napätie U_{mc} je dané:

$$\boxed{U_{mc} = NI} \quad (3.15)$$

kde N – počet závitov cievky, I – prúd v cievke. Budenie v cievke spolu s analogickou elektrickou schémou je vyznačené na Obr. 3.9 pričom smer magnetického toku bude závisieť od smeru prúdu v cievke – pre určenie sa použije druhé pravidlo pravej ruky (na obrázku odlišené pomocou plnej a prerušovanej čiary).



Obr. 3.9 Budenie magnetického obvodu pomocou cievky (hore) a náhradná elektrická schéma (dole)

Veľkosť magnetického toku pri danom buzení (NI) závisí od rozmerov magnetického obvodu a od druhu materiálu, čo je možné vyjadriť pomocou veličiny nazývanej **magnetický odpor** (R_m) (*reluktancia*) definovanej nasledovne:

$$\boxed{R_m = \frac{l}{\mu S}} \quad (3.16)$$

Jednotkou magnetického odporu je **henry na mínus prvú** [H⁻¹]. Prevrátenou hodnotou magnetického odporu je podobne ako v elektrických obvodoch **magnetická vodivosť**:

$$G_m = \frac{1}{R_m} \quad (3.17)$$

Je potrebné pripomenúť, že permeabilita μ nie je vo všeobecnosti v prípade feromagnetických materiálov konštantná, a teda ani magnetický odpor týchto materiálov nie je konštantný.

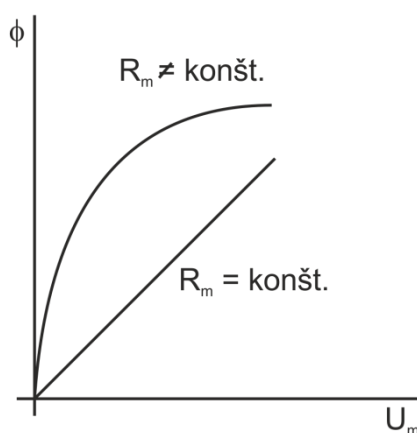
3.6.1 Základné zákony pre analýzu magnetických obvodov

Pri analýze sa využívajú (podobne ako pri elektrických obvodoch) tri zákony:

1. *Hopkinsonov zákon (Ohmov zákon pre magnetické obvody)*
2. *I. Kirchhoffov zákon pre magnetické obvody*
3. *II. Kirchhoffov zákon pre magnetické obvody*

Hopkinsonov zákon vyjadruje vzťah medzi magnetickým napätím, magnetickým tokom a magnetickým odporom a je definovaný nasledovne:

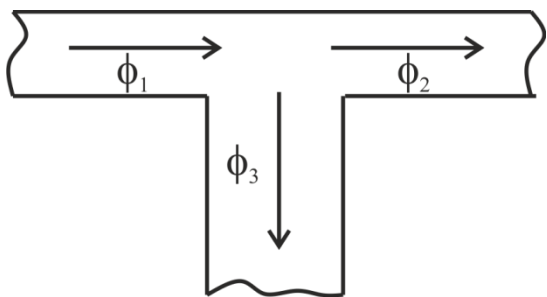
$$\phi = \frac{U_m}{R_m} \quad (3.18)$$



Obr. 3.10 Magnetizačná charakteristika pre feromagnetický materiál ($R_m \neq \text{konšt.}$) a diamagnetický materiál (napr. vzduch) ($R_m = \text{konšt.}$)

Charakteristika na Obr. 3.10 je analógiou voltampérovej charakteristiky v elektrických obvodoch, pričom v magnetických obvodoch sa nazýva *magnetizačná charakteristika*. Ak je magnetický odpor konštantný, bude mať táto charakteristika lineárny priebeh (to platí napr. pre vzduch). Pre feromagnetické materiály používané pri konštrukcii magnetických obvodov má charakteristika nelineárny priebeh obvykle vykazujúci *nasýtenie* (časť charakteristiky v ktorej sa magnetický tok už so zmenou magnetického napätia nebude ďalej meniť). Samotný priebeh magnetizačnej charakteristiky závisí od druhu materiálu a jej podoba pre deväť rôznych materiálov bola uvedená v kapitole .

Kirchhoffove zákony pre magnetické obvody je možné definovať nasledujúcim spôsobom:

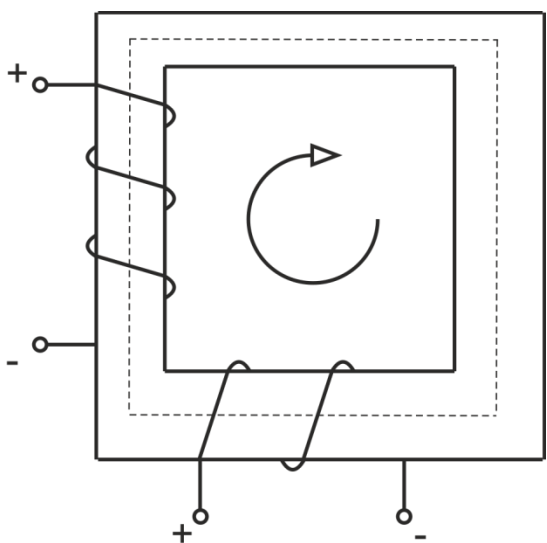


I. KZ

Algebraický súčet magnetických tokov v uzle sa rovná nule.

$$\sum_{k=1}^n \phi_k = 0, \text{ kde } n - \text{počet vetiev v uzle}$$

$$\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 = 0$$



II. KZ

Algebraický súčet magnetických napätí v slučke sa rovná nule.

$$\sum_{k=1}^n U_{mk} = 0, \text{ kde } n - \text{počet vetiev v slučke}$$

$$U_{m1} + U_{m2} + U_{mc1} - U_{mc2} = 0$$

Alternatívne vyjadrenie:

$$\sum_{k=1}^n N_k I_k = \sum_{p=1}^q H_p l_p$$

I. KZ pre magnetické obvody je analógiou k I. KZ pre elektrické obvody. Týka sa magnetických tokov v uzle magnetického obvodu (naznačené na obrázku). Podobne ako v prípade elektrických prúdov, aj v tomto prípade znamienko príslušného toku v rovnici závisí od jeho smeru voči uzlu: – ak do uzla vstupuje, dostáva znamienko +, ak z neho vystupuje, dostáva znamienko -.

II. KZ pre magnetické obvody si vyžaduje spresnenie niektorých skutočností. V základnom vyjadrení je tiež analógiou II. KZ pre elektrické obvody – magnetické napätia U_m v slučke odpovedajú úbytkom napätí na pasívnych prvkoch a magnetické napätia U_{mc} odpovedajú budeniu prostredníctvom cievok. Ak si uvedomíme, že magnetické napätie je dané ako súčin intenzity magnetického poľa (H) a dĺžky úseku l na ktorom je H konštantné (vzťah 3.14) ako aj to, že budenie magnetického obvodu je rovné súčinu $N.I$ (vzťah 3.15), dostaneme alternatívne vyjadrenie II. KZ pre magnetické obvody, ktoré sa pre analýzu využíva častejšie.

3.6.2 Analýza magnetických obvodov

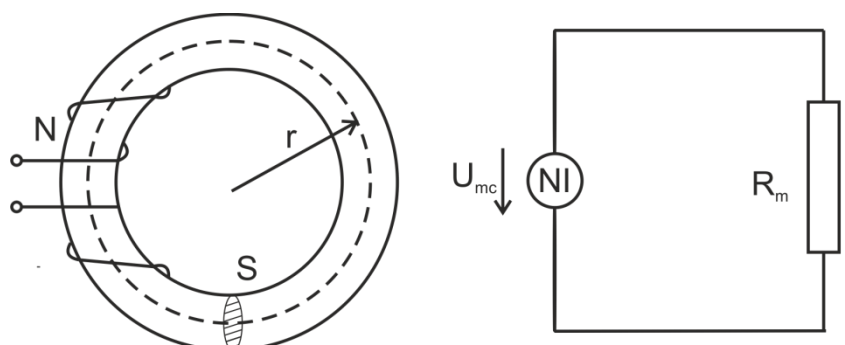
Pod pojmom analýza magnetických obvodov budeme (podobne ako v prípade elektrických obvodov) rozumieť výpočet hodnôt neznámych veličín zo známych. Vo všeobecnosti môže ísť o výpočet veľkosti elektrického prúdu potrebného pre vybudenie magnetického poľa s určitou hodnotou magnetickej indukcie alebo určenie veľkosti magnetického toku pri danom budení.

Presnosť riešenia magnetických obvodov je principiálne nižšia ako elektrických obvodov. Pri výpočtoch sa obvykle zanedbávajú rozptylové toky, počíta sa so strednou hodnotou magnetickej indukcie a využívajú sa experimentálne zistené magnetizačné charakteristiky, z ktorých odčítanie hodnôt vnáša do výsledku ďalšie nepresnosti. Niekedy sa nelineárna magnetizačná charakteristika nahradí priamkou (*linearizácia*) a môže sa počítať s konštantnou hodnotou permeability μ - to však platí len pre relatívne malé hodnoty elektrického prúdu v počiatku charakteristiky.

Pri riešení magnetických obvodov je výhodné kreslenie schém *analogických elektrických obvodov*. V schéme analogického elektrického obvodu platí nasledujúca analógia

$$\begin{aligned} \text{budenie } (N.I) &\leftrightarrow \text{napäťový zdroj} \\ \text{úsek feromagnetika dĺžky } l &\leftrightarrow \text{nelineárny odpor} \\ \text{úsek vzduchovej medzery dĺžky } l_v &\leftrightarrow \text{lineárny odpor} \end{aligned}$$

Pokiaľ sú dva úseky magnetického obvodu z rovnakého materiálu a ich prierez je tiež rovnaký, považujeme tieto úseky za **homogénne** (intenzita magnetického poľa je na takom úseku konštantná). Ako príklad môžeme uviesť magnetický obvod tvorený cievkou s toroidným jadrom z feromagnetického materiálu (Obr. 3.11). Cievka má N závitov, plochu (kruhového) prierezu S a stredný polomer r . Vpravo na obrázku môžeme vidieť analogickú elektrickú schému – v schéme je jeden zdroj odpovedajúci budeniu $N.I$ a nelineárny odpor R_m odpovedajúci jednému homogénnemu úseku z feromagnetického materiálu (celé jadro je z toho istého materiálu a jeho prierez sa nemení).

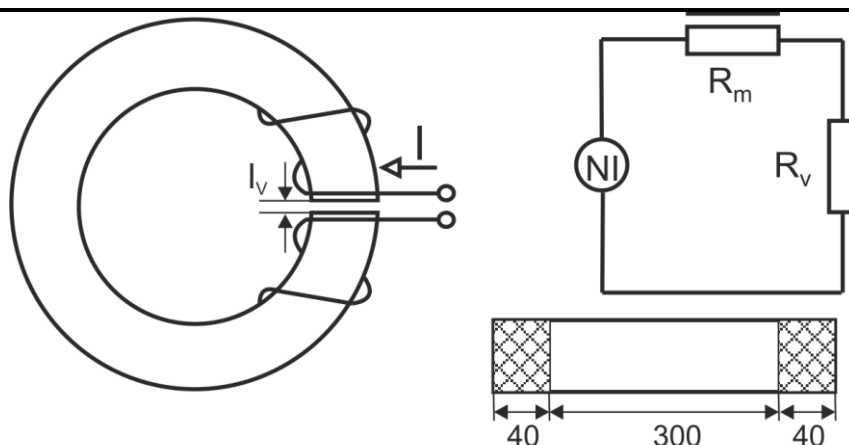


Obr. 3.11 Jednoduchý magnetický obvod s jedným homogénnym úsekom (vľavo) a jeho analogická elektrická schéma (vpravo)

Príklad 3.2

Vypočítajte aký prúd je potrebný pre vybudenie magnetickej poľa s indukciou $B_v = 1,6 \text{ T}$ vo vzduchovej medzere toroidnej cievky ak je šírka vzduchovej medzery $l_v = 4 \text{ mm}$, počet závitov $N = 1200$ a jadro je z kremíkovej ocele (charakteristika na Obr. 3.4).

Na obrázku vidíme znázornenie toroidu spolu s vyznačením šírky vzduchovej medzery a geometrické parametre obvodu. Uvedená je tiež analogická elektrická schéma, ktorá obsahuje tri dvojpolý: budenie cievky NI , jeden nelineárny odpor R_m a jeden lineárny odpor R_v . Nelineárny odpor odpovedá homogénnemu úseku tvorenému jadrom z feromagnetického materiálu (kremíková oceľ). Lineárny odpor odpovedá vzduchovej medzere, ktorej magnetický odpor je konštantný (vzduch nie je feromagnetický materiál).



Môžeme vyjsť z upraveného II. KZ pre magnetické obvody – obvod má dva homogénne úseky s dĺžkou l_m a l_v na ktorých považujeme intenzitu magnetického poľa (H_m a H_v) za konštantnú, takže platí:

$$H_v l_v + H_m l_m = NI \Rightarrow I = \frac{H_v l_v + H_m l_m}{N}$$

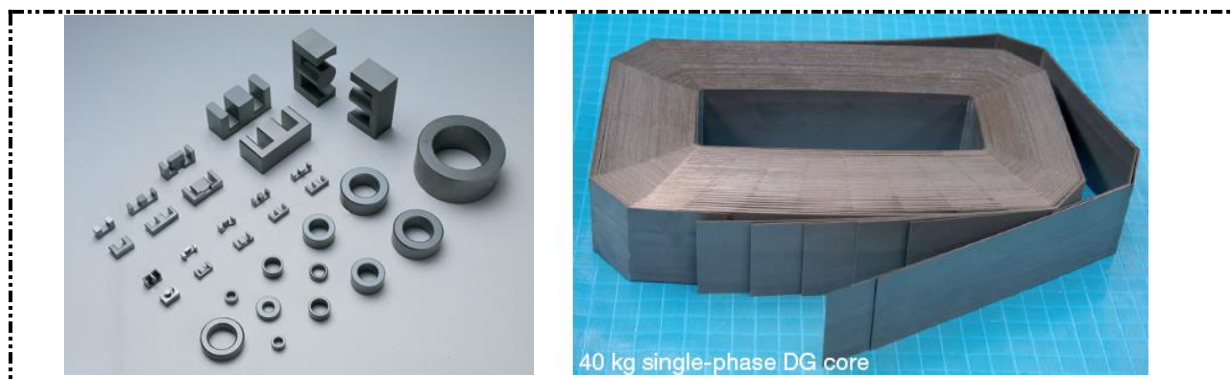
Intenzitu magnetického poľa vo vzduchovej medzere vypočítame:

$$H_v = \frac{B_v}{\mu_0} = \frac{1,6 \text{ T}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}} = 1,273 \cdot 10^6 \text{ A.m}^{-1}$$

Ak nebudeme uvažovať rozptyl, môžeme považovať $B_v = B_m$ a určiť intenzitu magnetického poľa podľa charakteristiky na Obr. 3.4 pre kremíkovú oceľ. Pre $B = 1,6 \text{ T}$ dostávame približne $H_m = 88 \text{ A.m}^{-1}$. Magnetické napätie počítame pozdĺž strednej siločiar, teda kružnice s priemerom 340 mm (celý vnútorný priemer toroidu a dvakrát polovica rozmeru štvorcového prierezu). Potom platí:

$$I = \frac{1,273 \cdot 10^6 \text{ A.m}^{-1} \cdot 0,003 \text{ m} + 88 \text{ A.m}^{-1} \cdot (2\pi \cdot 0,17 \text{ m} - 0,003 \text{ m})}{1200} = \underline{\underline{3,26 \text{ A}}}$$

 Materiály používané pre konštrukciu magnetických obvodov musia mať vysoké hodnoty relatívnej permeability (rádovo 10^3 až 10^5) aby bolo možné pomocou relatívne malého elektrického prúdu vybudit' silné magnetické pole. Vo väčšine prípadov ide o železo (čisté alebo s obsahom kremíka). V niektorých prípadoch sa používajú zliatiny železa, niklu a kobaltu, prípadne iných kovov (permalloy – zliatina obsahujúca 20% železa a 80% niklu). Jadrá transformátorov pre veľmi vysoké frekvencie sa vyrábajú z mäkkých feritov (obrázok vľavo) [24]. Pre permanentné magnety sa používa kalená alebo legovaná oceľ, zliatiny hliníka, niklu, kobaltu a železa (Alnico, Alni) alebo tvrdé ferity. Jadrá transformátorov sú obvykle konštruované z tenkých (transformátorových) plechov z dôvodu potlačenia efektu vírivých prúdov (obrázok vpravo) [25].



Príklad 3.3

V tomto príklade opäť ilustrujeme výhodu použitia softvéru pri analýze magnetických obvodov. Predmetným systémom bude elektromagnetický ventil – elektromechanické zariadenie umožňujúce reguláciu prietoku pracovného média (napr. stlačeného vzduchu alebo hydraulické kvapaliny). Základnými funkčnými časťami elektromagnetického ventilu sú: kotva, cievka (tiež nazývaná solenoid) a pružina. Keď cievkou bude prechádzať prúd, vytvorí sa magnetické pole, silovým pôsobením ktorého dochádza k vŕhovaniu kotvy do stredu cievky. Sila pružiny vracia ventil do pôvodnej pozície keď cievkou neprechádza prúd. Analyzujeme dynamiku (priebehy veličín v čase) ventilu po pripojení ventilu k napájaniu a jeho zaťaženie vonkajšou silou a vypočítame tiež ustálenú hodnotu magnetického toku v obvode.

Schéma znázorňuje vnútornú štruktúru modelu odpovedajúcu fyzikálnemu princípu funkcie solenoidového ventilu. Bloky označené V+ a V- znázorňuje privedenie napájacieho napätia s vyznačenou polaritou (50V). Rezistor R odpovedá elektrickému odporu vinutia cievky a jeho hodnota je $1000\ \Omega$, z čoho vyplýva, že prúd cievkou bude $I = U/R = 50V/1000\Omega = 50mA$. Blok označený cievka predstavuje prepojenie elektrických a magnetických veličín vo forme vzťahu 3.15 (teda magnetické napätie je rovné budeniu cievky). Počet závitov cievky je $N = 5500$.

$$U_m = NI = 5500 \cdot 0,05A = 275Az$$

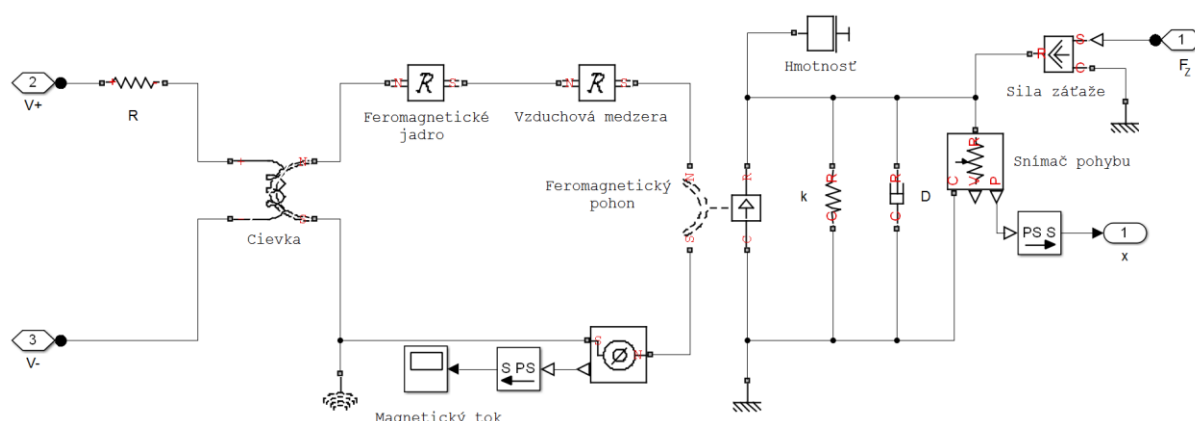
Bloky označené symbolom $\mathcal{R}$ predstavujú úseky magnetického obvodu s určitou hodnotou magnetického odporu R_m . Aj napriek tomu, že vo všeobecnosti nie je R_m pre feromagnetický materiál konštantný, v tomto prípade sa uvažuje lineárna závislosť medzi magnetickou indukciou B a intenzitou magnetického poľa H (a teda konštantný magnetický odpor). Jadro má dĺžku $l = 8\text{ cm}$, plochu prierezu $S = 4\text{ cm}^2$ a uvažuje sa $\mu_r = 4000$. Vzduchová medzera má šírku $l_v = 0,65\text{ mm}$, plochu prierezu $S = 4\text{ cm}^2$ a $\mu_r = 1$. Magnetické odpory oboch úsekov teda sú:

$$R_{mj} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{0,08}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4000 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 39789 H^{-1}$$

$$R_{mv} = \frac{0,65 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 1,293 \cdot 10^6 H^{-1}$$

Vieme, že podľa Hopkinsovoho zákona je magnetický tok magnetickým obvodom daný

$$\phi = \frac{U_m}{R_m} = \frac{U_m}{R_{mj} + R_{mv}} = \frac{275Az}{1,33 \cdot 10^6 H^{-1}} = \underline{\underline{2,06 \cdot 10^{-4} Wb}}$$

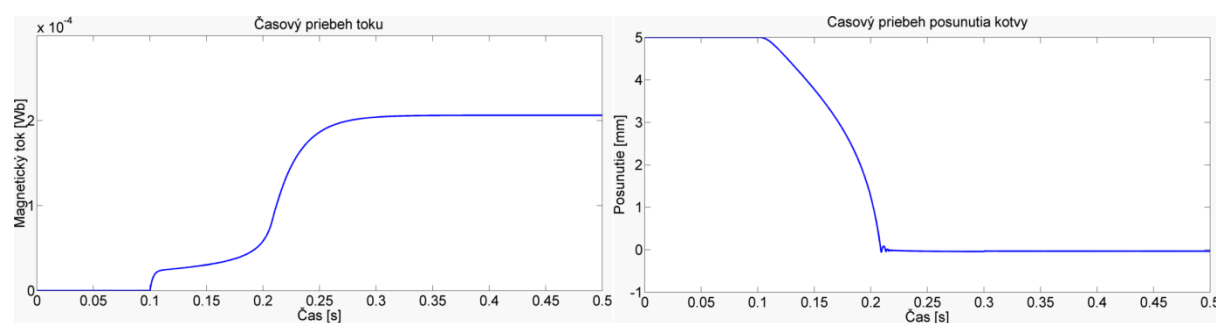


Blok feromagnetického pohonu predstavuje väzbu medzi magnetickými (magnetický tok) a mechanickými (sila) veličinami. Kotva ventilu je totiž do dutiny cievky vťahovaná silou, ktorej veľkosť sa dá vyjadriť nasledovne:

$$F = -\frac{1}{2} \frac{dR_m}{dx} \phi^2$$

kde x – posunutie. Sila je teda tým väčšia, čím väčšia je zmena magnetického odporu obvodu s posunutím a čím je väčší magnetický tok. Z mechanického hľadiska môžeme dynamiku kotvy popísať ako mechanický oscilátor – paralelné prepojenie pružiny s tuhosťou k (tu 200 N.m^{-1}) a tlmiča s koeficientom viskózneho trenia D (tu 20 N.s.m^{-1}) a pripojenou záťažou s hmotnosťou m (tu $0,1 \text{ kg}$).

Na obrázku dole môžeme vidieť priebeh magnetického toku v čase po pripojení ventilu k napájaciemu napätiu (v čase $0,1 \text{ s}$ – všimnime si ustálenú hodnotu toku, ktorá je v súlade s našim výpočtom) ako aj priebeh posunutia kotvy.



Zhrnutie

1. Ak sa elektrický náboj pohybuje (elektrický prúd) pôsobí na neho okrem elektrickej sily aj sila nazývaná magnetická. Hlavnou veličinou, ktorá charakterizuje magnetické pole z hľadiska silového pôsobenia sa nazýva magnetická indukcia. Je to vektorová veličina označená B a jej jednotkou je tesla (T). V každom má smer dotyčnice

k siločiare magnetického poľa. Veličina, ktorá má rovnaký smer avšak nezávisí od prostredia nazývame intenzita magnetického poľa (H) a jej jednotkou je ampér na meter (A/m).

2. Smer vektora B alebo H sa určuje prvým pravidlom pravej ruky. Magnetické pole v okolí dlhého priameho vodiča má tvar sústredných kružníc so stredom v osi vodiča. Ak vytvoríme z vodiča závit, vektor B resp. H je v osi závitú kolmý k jeho rovine a smeruje nad alebo pod plochu závitú podľa smeru prúdu v závite.
3. Veličinu ktorá definuje tok vektora magnetickej indukcie nejakou plochou sa nazýva magnetický tok (Φ) a jej jednotkou je weber (Wb). Ak je magnetické pole homogénne a vektor B je kolmý na plochu ktorú uvažujeme, vyjadrí sa magnetický tok jednoducho ako súčin veľkosti B a veľkosti plochy S .
4. Niektoré materiály vonkajšie magnetické pole zoslabujú, iné ho zosilňujú alebo výrazne zosilňujú. Podľa toho ich delíme na para-, dia- a feromagnetické a tento efekt posudzujeme podľa veličiny nazývanej permeabilita, ktorá sa označuje μ a jej jednotkou je henry na meter (H/m). Čím výraznejšie zosilňujú účinky vonkajšieho magnetického poľa, tým je väčšia ich hodnota relatívnej permeability μ_r .
5. Pri analýze magnetických obvodov je veľmi dôležitý vzťah medzi elektrickými a magnetickými veličinami, ktorý matematicky popisuje Ampérov zákon celkového prúdu a podľa ktorého sa celkové magnetické napätie pozdĺž nejakej krivky rovná súčtu prúdov, ktoré táto krivka obklopuje.
6. Cievka je pasívny prvok tvorený vinutím vytvárajúcim dutinu v ktorej je koncentrované magnetické pole. V dutine môže byť umiestnené feromagnetické jadro, ktoré výrazne zosilňuje účinky magnetického poľa. Charakteristickým parametrom cievok je indukčnosť (L), ktorej jednotkou je henry (H). Čím väčší je magnetický tok vytvorený pri danej hodnote elektrického prúdu a danom počte závitov, tým väčšiu má cievka indukčnosť.
7. Pokiaľ dochádza k zmene magnetického toku v čase, indukuje sa napätie čo sa nazýva zákon elektromagnetickej indukcie. Ak dochádza k zmene toku veľkosťou magnetickej indukcie, ide o klúdovú indukciu, pokiaľ dochádza k zmene toku veľkosťou plochy ide o pohybovú indukciu. Smer indukovaného prúdu je taký, že sa snaží zabrániť zmene, ktorá ho vyvolala (Lenzov zákon).
8. Pri analýze magnetických obvodov sa využívajú obdobné zákony ako v prípade elektrických obvodov, ktoré sa tu nazývajú Hopkinsonov zákon, I. Kirchhoffov zákon pre magnetické obvody a II. Kirchhoffov zákon pre magnetické obvody. Využíva sa tiež formálna analógia s elektrickými veličinami, kde elektrické napätie zastupuje magnetické napätie, elektrický prúd zastupuje magnetický tok a elektrický odpor zastupuje magnetický odpor. Magnetický odpor feromagnetik nie je konštantný, kvôli čomu je často nutné používať experimentálne zistené charakteristiky magnetických materiálov.

4 STRIEDAVÉ OBVODY

Ciele

Po preštudovaní kapitoly by mal byť študent schopný:

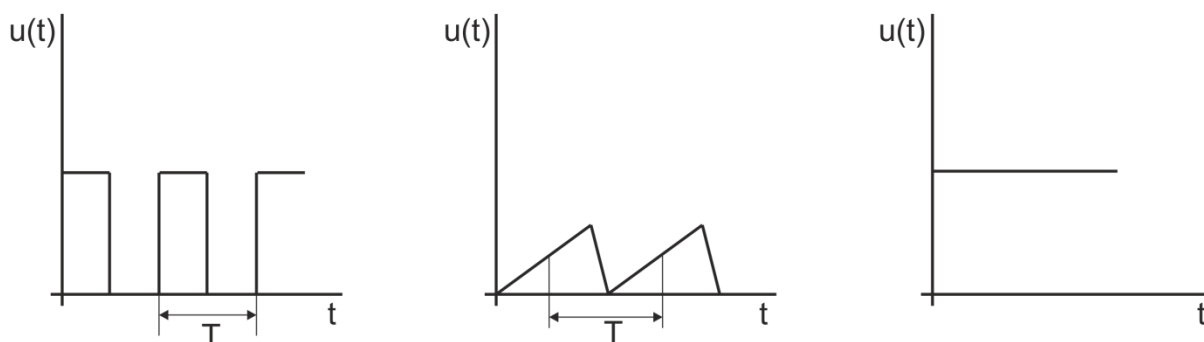
1. Definovať pojmy periodický, striedavý a harmonický priebeh a charakterizovať ich základné parametre
2. Vysvetliť pojem fáza a definovať okamžitú a počiatočnú fázu
3. Uviesť význam efektívnej a strednej hodnoty a ich vzťah k maximálnej hodnote
4. Popísať symbolicko-komplexnú metódu a vysvetliť jej význam pre analýzu v striedavých obvodoch
5. Graficky znázorniť stotožnenie harmonického priebehu s rotujúcim vektorom v Gaussovej rovine
6. Uviesť základné typy pasívnych prvkov používaných v striedavých obvodoch, charakterizovať ich základné vlastnosti a vysvetliť ich chovanie v obvode
7. Definovať základné zákony pre analýzu striedavých elektrických obvodov v symbolicko-komplexnom vyjadrení
8. Pomocou základných zákonov analyzovať jednoduché striedavé elektrické obvody

4.1 Úvod do striedavých veličín a obvodov

Doposiaľ sme sa zaoberali *jednosmernými* elektrickými veličinami, ktorých hodnota bola v čase konštantná. V praxi však majú veľmi veľký význam obvody, v ktorých sa hodnoty elektrických veličín v čase menia. Okamžitá hodnota veličín sa obvykle po nejakom čase opakuje, čo môžeme zapísať:

$$f(t) = f(t + kT)$$

kde k – celé číslo a T – periódou. Takéto priebehy sa nazývajú **periodické** – na Obr. 4.1 sú uvedené dva periodické priebehy (a pre porovnanie aj jednosmerný priebeh) napätia.



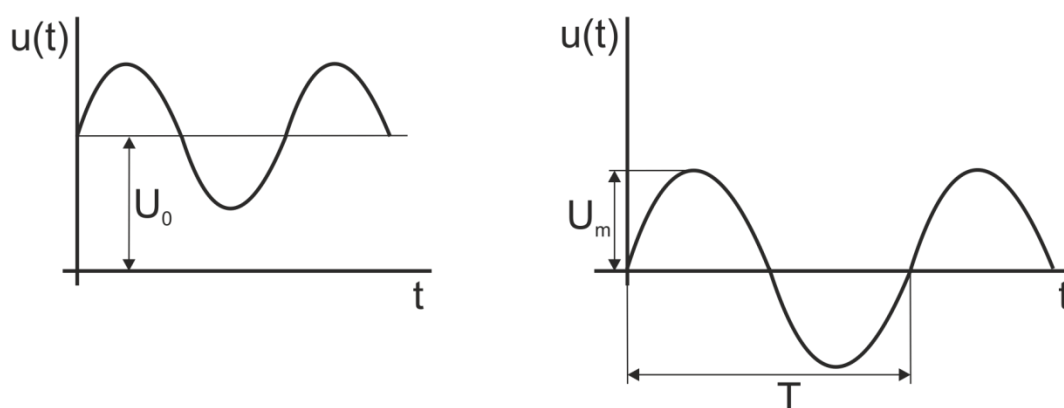
Obr. 4.1 Periodické priebehy napätia s vyznačenou periódou (vľavo – obdĺžnikový, v strede – pílovitý) a jednosmerný priebeh napätia (vpravo)

Z uvedeného vyplýva, že **periódou** je doba za ktorú sa začne periodický priebeh opakovať. Tento úsek priebehu sa nazýva **cyklus** a počet cyklov za jednotku času nazývame **frekvencia**:

$$f = \frac{1}{T} \quad (4.1)$$

Jednotkou frekvencie je **hertz** [Hz]. Medzi frekvenciou a periódou je teda vzájomne inverzný vzťah – čím väčšia je perióda, tým menšia je frekvencia a naopak. Pre jednosmerné priebehy platí, že frekvencia je nulová a perióda nekonečne veľká.

Špeciálnym prípadom periodických priebehov sú priebehy **kmitavé** resp. **striedavé**. V prípade kmitavých priebehov plochy nad a pod časovou osou nie sú zhodné (Obr. 4.2 vľavo). Striedavé priebehy majú plochu nad a pod časovou osou rovnaké (Obr. 4.2 vpravo). Z Obr. 4.2 vľavo je zrejmé, že z kmitavého priebehu môžeme dostať striedavý priebeh posunutím pozdĺž osi y pričom veľkosť posunutia odpovedá jednosmernej zložke priebehu (na obrázku označené U_0). Priebehy na Obr. 4.2 majú ešte jednu dôležitú vlastnosť – je možné ich popísať pomocou matematickej funkcie *sínus* resp. *kosínus*. Takéto funkcie označujeme ako **harmonické**.



Obr. 4.2 Striedavý priebeh s nenulovou jednosmernou zložkou (kmitavý priebeh – vľavo) a striedavý priebeh s nulovou jednosmernou zložkou s vyznačenou amplitúdou a periódou (vpravo)

 Používanie harmonických veličín v striedavých obvodov má niekoľko výhod z matematického aj technického hľadiska. Matematickou výhodou je to, že súčet dvoch harmonických funkcií s rovnakou frekvenciou je tiež harmonická funkcia s rovnakou frekvenciou. Rovnako aj derivácia a integrál harmonickej funkcie s určitou frekvenciou je harmonická funkcia s tou istou frekvenciou. Z technického hľadiska je výhodou ľahká výroba elektrického napätia v podobe harmonickej funkcie pomocou najčastejšieho typu elektrického zdroja – alternátora. V sieti má napätie štandardne harmonický priebeh s frekvenciou 50 Hz (t.j. počet cyklov za jednotku času je 50). V niektorých krajinách (napr. USA a Japonsko) sa používa iná sieťová frekvencia, a to 60 Hz.

Pre charakterizovanie harmonických priebehov už nestačí jedna hodnota ako to bolo u jednosmerných veličín, pretože *okamžitá hodnota* týchto priebehov sa v čase mení. Pre označenie striedavých veličín budeme používať malé písmeno. Všeobecne možno harmonický prúd (podobne aj napätie) napísať pomocou nasledujúcej funkcie:

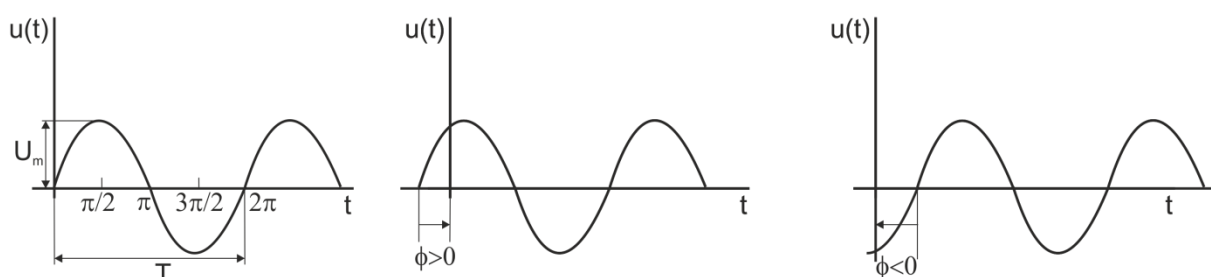
$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \phi) \quad (4.2)$$

kde $i(t)$ – okamžitá hodnota prúdu, I_m – amplitúda, ω - uhlová frekvencia, t – čas a ϕ - počiatočná fáza. **Amplitúda** je maximálna hodnota, ktorú harmonický priebeh nadobúda (na

Obr. 4.2 vpravo označená U_m). Vzťah medzi **uhlovou frekvenciou** ω a frekvenciou f má podobu:

$$\omega = 2\pi f \quad (4.3)$$

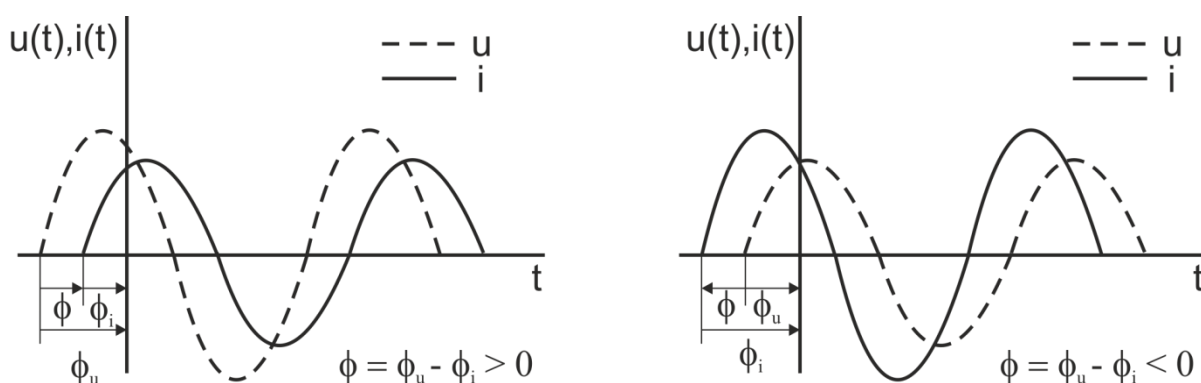
Uhlová frekvencia sa udáva v **radiánoch za sekundu** [rad.s^{-1}]. Veľmi dôležitou skutočnosťou je stotožnenie harmonického priebehu v čase s *uhlom* – celému cyklu (trvajúcemu jednu periódu) je priradený uhol 2π radiánov (t.j. jednej celej kladnej aj zápornej polvlny priebehu odpovedá plných 360° , jednej polvlny potom 180° a pod. – Obr. 4.3 vľavo). Tento uhol sa nazýva **fáza** a rozlišujeme **okamžitú fázu** (člen $(\omega t + \phi)$ vo vzťahu 4.2) a **počiatočnú fázu** (uhol, ktorý má priebeh v čase $t = 0$). Počiatočná fáza môže byť *kladná* aj *záporná* (Obr. 4.3 v strede a vpravo) – znamienko fázy zistíme podľa toho aký smer má orientovaná úsečka z miesta kde priebeh prechádza nulou; ak je to v smere nárastu času, počiatočná fáza je kladná, ak naopak, je počiatočná fáza záporná.



Obr. 4.3 Fáza harmonického priebehu (vľavo) a určenie znamienka počiatočnej fázy (v strede a vpravo)

V striedavých obvodoch nás okrem počiatočnej fázy zaujíma aj rozdiel počiatočných fáz dvoch priebehov (napr. napätia a prúdu), ktorý nazývame **fázový posun**:

$$\phi = \phi_u - \phi_i \quad (4.4)$$



Obr. 4.4 Fázový posun medzi napätím a prúdom (vľavo – napätie predbieha prúd a fázový posun má kladné znamienko, vpravo – prúd predbieha napätie a fázový posun má záporné znamienko)

V prípade, že je fázový posun medzi napätím a prúdom kladný (Obr. 4.4 vľavo), hovoríme, že napätie predbieha prúd, ak je záporný (Obr. 4.4 vpravo), prúd predbieha napätie.

Ak majú dva priebehy fázový posun rovný 0, hovoríme, že sú **vo fáze**. Ak je medzi nimi fázový posun rovný π , hovoríme, že sú **v protifáze**.

4.2 Efektívna a stredná hodnota

Ako bolo uvedené na začiatku kapitoly, okamžitá hodnota striedavých elektrických veličín sa v čase mení. Väčšinou je však výhodné charakterizovať takéto priebehy pomocou jednej hodnoty (tak ako v jednosmerných veličinách). Súvisí to aj s tým, že väčšinou nás viac ako okamžitá hodnota striedavého prúdu zaujímajú jeho tepelné účinky. Preto sa často prúd a napätie v striedavých obvodoch vyjadrujú pomocou tzv. **efektívnej hodnoty** – takej hodnoty jednosmerného prúdu pri ktorom sa vytvorí rovnaké množstvo (Joulovho) tepla ako pri priechode daného striedavého prúdu. Ak si uvedomíme, že pri priechode jednosmerného prúdu s veľkosťou I odporom R vzniká teplo dané vzťahom:

$$Q = RI^2t \quad (4.5)$$

a pri priechode striedavého prúdu (veľkosť prúdu sa v čase mení, z čoho vyplýva, že sa mení aj toto teplo, a preto musíme integrovať pre celú periódu):

$$Q = R \int_0^T i^2 dt \quad (4.6)$$

Ak porovnáme tieto dva vzťahy a vyjadríme si veľkosť jednosmerného prúdu I , dostávame *vzťah pre efektívnu hodnotu striedavého prúdu*:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad (4.7)$$

Efektívnu hodnotu napätia môžeme vypočítať obdobným spôsobom s nahradením prúdu napätím vo vyššie uvedenom vzťahu. Efektívne hodnoty striedavých veličín budeme označovať veľkým písmenom bez indexu. Okrem samotného vzťahu pre výpočet efektívnej hodnoty, bude pre nás dôležitý vzťah medzi veľkosťou maximálnej hodnoty striedavej veličiny (amplitúdy) a jej efektívnou hodnotou. Ten je možné vyjadriť nasledujúcim spôsobom:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cong 0,707 I_m \quad (4.8)$$

Efektívna hodnota je teda približne o 30% menšia ako maximálna hodnota.

Stredná hodnota harmonického signálu je priemerná hodnota za určitý časový interval. Týmto časovým intervalom môže byť *perióda* alebo *polperióda*:

$$I_s = \frac{1}{T} \int_0^T i dt \quad I_s = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i dt \quad (4.9)$$

Dôvodom prečo sa niekedy definuje stredná hodnota cez polperiódu je to, že stredná hodnota striedavých priebehov (tie sú symetrické okolo osi x) za celú periódu je rovná nule. Vzťah

medzi maximálnou hodnotou (amplitúdou) a strednou hodnotou by sme získali po dosadení harmonickej funkcie $i(t) = I_m \sin(\omega t + \phi)$ do vzťahu 4.9 a jeho úprave. Podľa toho platí:

$$I_s \cong 0,637 I_m \quad (4.10)$$

Stredná hodnota je teda približne 64% z maximálnej hodnoty.

4.3 Symbolicko-komplexná metóda

Striedavé obvody je, podobne ako jednosmerné, nutné analyzovať – teda vypočítať hodnoty neznámych elektrických veličín zo známych. Základným rozdielom je priebeh veličín, ktorých hodnota sa v čase mení v podobe funkcie sínus resp. kosínus (predpokladáme harmonické veličiny). Ak napájame obvod zo striedavého zdroja (a obvod je lineárny) budú mať veličiny v ustálenom stave harmonický priebeh s konštantnou amplitúdou a rovnakou frekvenciou. Pri výpočtoch použitím Ohmovho a Kirchhoffových zákonov by sme teda museli používať harmonické funkcie (formy $i(t) = I_m \sin(\omega t + \phi)$ a $u(t) = U_m \sin(\omega t + \phi)$), pričom riešenie rovníc s funkciami v takomto tvare je relatívne náročné.

Symbolicko-komplexná metóda využíva nahradenie harmonických funkcií čas komplexnými funkciami času vďaka čomu dochádza k výraznému zjednodušeniu analýzy striedavých obvodov.

Aby sme mohli využívať symbolicko-komplexnú metódu, je potrebné pripomenúť základné znalosti z komplexných čísel.

Komplexné čísla

Komplexné číslo je číslo, ktoré je možné vyjadriť v tvare

$$\bar{z} = a + jb \quad (4.11)$$

kde a – reálna zložka, b – imaginárna zložka, j – imaginárna jednotka pre ktorú platí $j^2 = -1$. Komplexné čísla (ako aj komplexné funkcie času) budeme označovať vodorovnou čiarou nad symbolom. Tvar uvedený vo vzťahu 4.11 sa nazýva **zložkový**. Z Obr. 4.5 je vidieť, že reálna zložka a a imaginárna zložka b odpovedajú x-ovej a y-ovej súradnici v karteziánskej sústave súradníc. Zo základnej geometrie vieme, že ten istý bod (v našom prípade to isté komplexné číslo $\bar{z}$) sa dá vyjadriť pomocou *polárnych súradníc*. V polárnych súradniciach popisujeme body pomocou ich vzdialenosti od počiatku sústavy súradníc a uhla, ktorý zvierajú spojnica bodu a počiatku sústavy súradníc s kladnou osou x. Vzdialenosť od počiatku sústavy súradníc v komplexných číslach označujeme $|\bar{z}|$ a nazývame ju **modul**. Uhol budeme označíme gréckym písmenom ϕ a budeme ho nazývať **argument**. Komplexné číslo $\bar{z}$ potom môžeme vyjadriť tiež v nasledujúcom tvare:

$$\bar{z} = |\bar{z}| e^{j\phi} \quad (4.12)$$

Tento tvar komplexného čísla sa nazýva **exponenciálny**. Priechod z jedného tvaru do druhého je možné realizovať využitím jednoduchých geometrických vzťahov vyplývajúcich z Obr. 4.5. Ak máme komplexné číslo vyjadrené v zložkovom tvare, prejdeme na exponenciálny tvar vypočítaním modulu a argumentu. Modul odpovedá prepone pravouhlého trojuholníka,

ktorého odvesny odpovedajú reálnej a imaginárnej zložke a tangens argumentu (uhla ϕ) je určený pomerom imaginárnej a reálnej zložky. Preto platí:

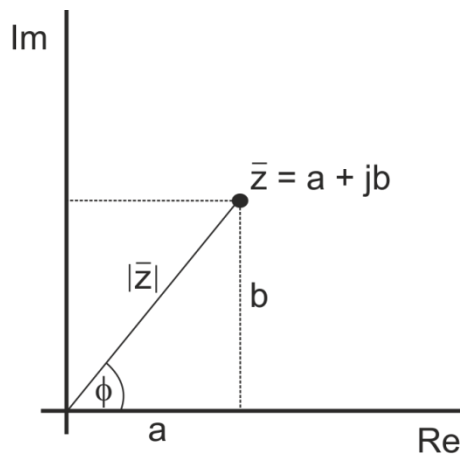
$$|\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (4.13)$$

a

$$\phi = \arctg \frac{b}{a} \quad (4.14)$$

Prejsť do zložkového tvaru z exponenciálneho môžeme využitím *goniometrického tvaru*:

$$\bar{z} = |\bar{z}|e^{j\phi} = |\bar{z}|(\cos \phi + j \sin \phi) = |\bar{z}| \cos \phi + j|\bar{z}| \sin \phi \quad (4.15)$$



Obr. 4.5 Geometrická interpretácia komplexného čísla v Gaussovej rovine

Základom symbolicko-komplexnej metódy je teda nahradenie vyjadrenia harmonickej funkcie komplexnou funkciou času. Tento vzťah si môžeme vyjadriť nasledovne:

$$\begin{array}{l} u(t) = U_m \sin(\omega t + \phi_u) \\ \text{resp.} \quad \Leftrightarrow \quad \bar{u}(t) = U_m [\cos(\omega t + \phi_u) + j \sin(\omega t + \phi_u)] = U_m e^{j(\omega t + \phi_u)} \\ u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi_u) \end{array} \quad (4.16)$$

Všimnime si tento vzťah bližšie. Vľavo máme pôvodnú harmonickú funkciu vyjadrenú v tvare, ktorý bol uvedený už vo vzťahu 4.2 pre prúd (podobné vysvetlenie a vzťah medzi harmonickou a komplexnou funkciou samozrejme platí aj pre prúd). Harmonickú funkciu môžeme mať vyjadrenú pomocou funkcie sínus alebo kosínus (sú iba navzájom posunuté o 90°). Vpravo už máme komplexnú funkciu času (používame vodorovnú čiaru nad symbolom) v goniometrickom a exponenciálnom tvare (viď časť komplexné čísla uvedenú vyššie). Pôvodná harmonická funkcia v kosínusovom vyjadrení teda tvorí reálnu zložku a harmonická funkcia v sínusovom vyjadrení imaginárnu zložku komplexnej funkcie času. Všetky parametre pôvodného harmonického signálu (amplitúda, uhlová frekvencia, počiatočná fáza) ostali v komplexnom vyjadrení zachované. V exponenciálnom tvare amplitúda (U_m) odpovedá modulu komplexnej funkcie a počiatočná fáza (ϕ_u) odpovedá

argumentu. Vyjadrenie vo vzťahu 4.16 vpravo sa nazýva **komplexná okamžitá hodnota** alebo tiež **komplexor harmonickej funkcie**. Toto vyjadrenie je možné ďalej upraviť:

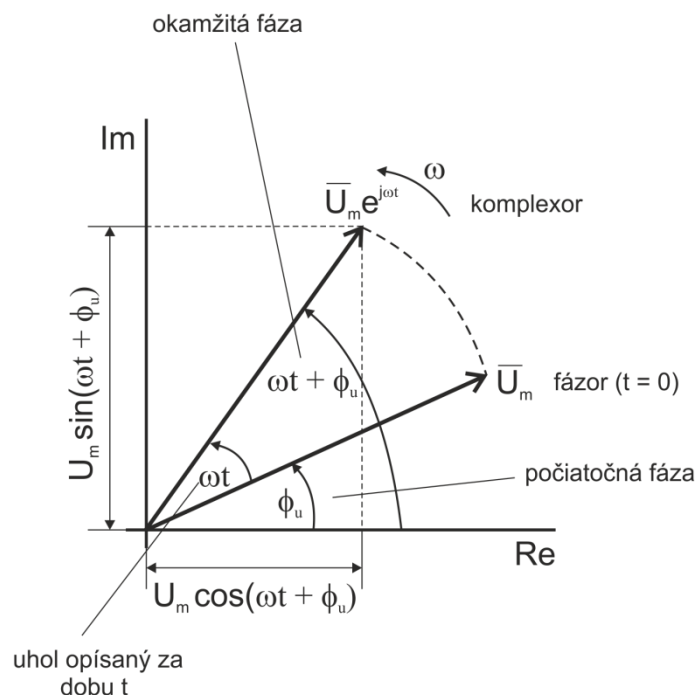
$$\begin{aligned} \bar{u}(t) &= U_m e^{j(\omega t + \phi_u)} = U_m e^{j\phi_u} e^{j\omega t} = \bar{U}_m e^{j\omega t} \\ \text{kde } \bar{U}_m &= U_m e^{j\phi_u} - \text{fázor} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Vzťah bol upravený podľa pravidiel pre počítanie s mocninami. Z uvedeného vyplýva, že **fázor harmonickej funkcie** nám nesie informáciu o amplitúde a počiatočnej fáze. Niekedy sa fázor označuje aj ako **komplexná amplitúda**. Fázor sa často vyjadruje v mierke efektívnych hodnôt, čo je možné získať z vyjadrenia v mierke amplitúd využitím vzťahu 4.8:

$$\bar{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\phi_u} = U e^{j\phi_u} \quad (4.18)$$

4.4 Grafické zobrazenie komplexorov a fázorov

Pri analýze striedavých obvodov sú veľmi dôležité vzťahy medzi jednotlivými striedavými veličinami a porovnanie ich veľkostí (či už amplitúd alebo efektívnych hodnôt) a počiatočných fáz. Pripomeňme, že v úlohách analýzy striedavých obvodov sa predpokladá zhodnosť frekvencie všetkých priebehov čo je v lineárnych striedavých obvodoch pri napájaní z rovnakého striedavého zdroja splnené. Pre zlepšenie prehľadnosti vzťahov medzi striedavými veličinami a uľahčenie analýzy sa používa grafické znázornenie *fázorov* vo *fázorovom diagrame*. Fázor (obsahujúci informáciu o amplitúde resp. efektívnej hodnote a počiatočnej fáze) sa stotožňuje s *orientovanou úsečkou* (t.j. vektorom) v Gaussovej rovine (Obr. 4.6).

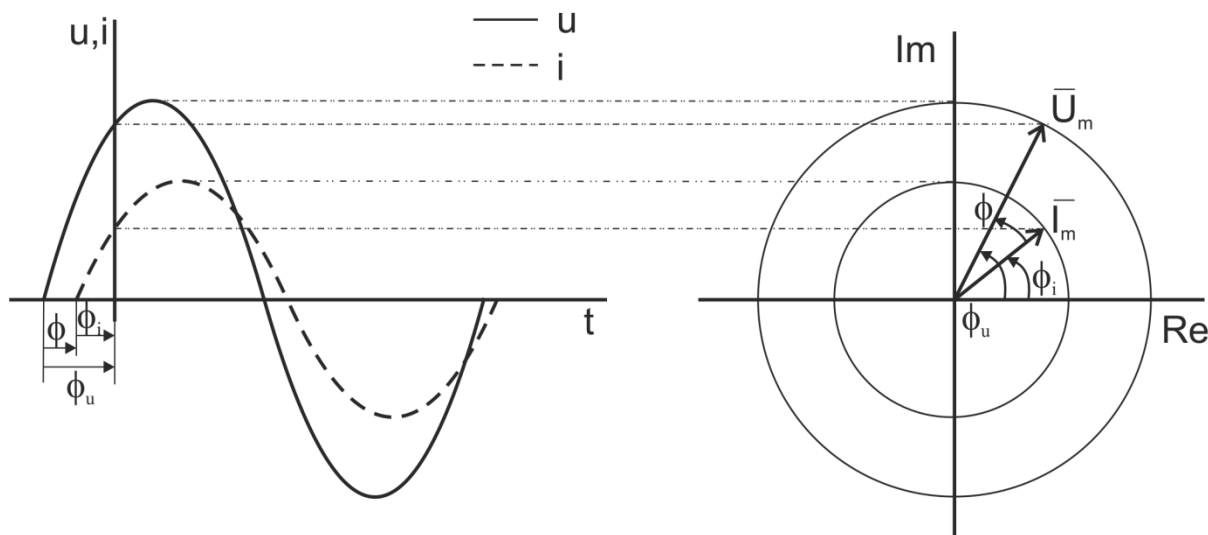


Obr. 4.6 Znázornenie komplexora a fázora v Gaussovej rovine

Dĺžka tohto vektora odpovedá veľkosti amplitúdy príslušného priebehu resp. jeho efektívnej hodnote. Uhol, ktorý zvierá tento vektor s kladnou reálnou osou (osou x) v čase $t = 0$ odpovedá počiatočnej fáze. Vieme, že uhol (fáza) striedavého priebehu sa v čase mení

(vyjadrené *okamžitou fázou*). Vektor teda opisuje v čase uhol uhlovou rýchlosťou ω a za čas t opíše uhol ωt (z fyziky vieme, že rýchlosť krát čas je dráha, v tomto prípade uhol keďže ide o pohyb rotačný). *Komplexor* (obsahuje člen $e^{j\omega t}$) preto stotožňujeme s rotujúcim vektorom v Gaussovej rovine. Keďže však všetky vektory rotujú rovnakou uhlovou rýchlosťou (pretože uhlová frekvencia všetkých priebehov je rovnaká), stačí nám znázorniť *fázory* jednotlivých priebehov (v čase $t = 0$), kde budú jasne viditeľné amplitúdy (resp. efektívne hodnoty) a počiatočné fázy striedavých priebehov ako aj ich fázové posuny.

Ešte lepšiu predstavu o stotožnení harmonických priebehov s rotujúcimi vektormi v Gaussovej rovine získame prostredníctvom Obr. 4.7. V ľavej časti obrázku sú uvedené priebehy harmonického prúdu a napätia s rovnakou frekvenciou a rôznymi počiatočnými fázami ϕ_i a ϕ_u (fázový posun je daný $\phi = \phi_u - \phi_i$ a je kladný keďže počiatočná fáza napätia je väčšia). V pravej časti môžeme vidieť znázornenie vektorov (fázorov) napätia $\bar{U}_m$ a prúdu $\bar{I}_m$. Vidíme, že dĺžka týchto vektorov odpovedá maximálnym hodnotám oboch priebehov (vyznačené bodkočiarkovanou čiarou). Uhol, ktorý tieto vektory zvierajú s kladnou reálnou osou odpovedá počiatočným fázam ϕ_i a ϕ_u a uhol medzi samotnými vektormi zasa odpovedá fázovému posunu ϕ . Vektory sa v Gaussovej rovine pohybujú uhlovou rýchlosťou ω a celú kružnicu opíšu práve za dobu jednej periódy harmonického priebehu.



Obr. 4.7 Stotožnenie harmonických veličín s rotujúcimi vektormi v Gaussovej rovine

Príklad 4.1

Striedavé napätie má efektívnu hodnotu $U = 50V$, počiatočnú fázu $\phi_u = \pi/8$ rad a frekvenciu $f = 50$ Hz. Striedavý prúd má efektívnu hodnotu $I = 1,2A$, počiatočnú fázu $\phi_i = 3\pi/8$ rad a frekvenciu $f = 50$ Hz. Znázornite priebehy týchto harmonických funkcií a nakreslite fázorový diagram.

Harmonické funkcie napätia a prúdu majú podľa vzťahu 4.2 podobu:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \phi_u) \quad i(t) = I_m \sin(\omega t + \phi_i)$$

Najprv si určíme amplitúdy (maximálne hodnoty) napätia a prúdu. Vieme, že efektívna hodnota je približne o 30% menšia ako maximálna, a teda platí (vzťah 4.8):

$$U_m = \sqrt{2}U = \sqrt{2} \cdot 50 \cong 70,71V \quad I_m = \sqrt{2}I = \sqrt{2} \cdot 1,2 \cong 1,7A$$

Vypočítame si uhlovú frekvenciu ω :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 50 \cong 314 \text{ rad.s}^{-1}$$

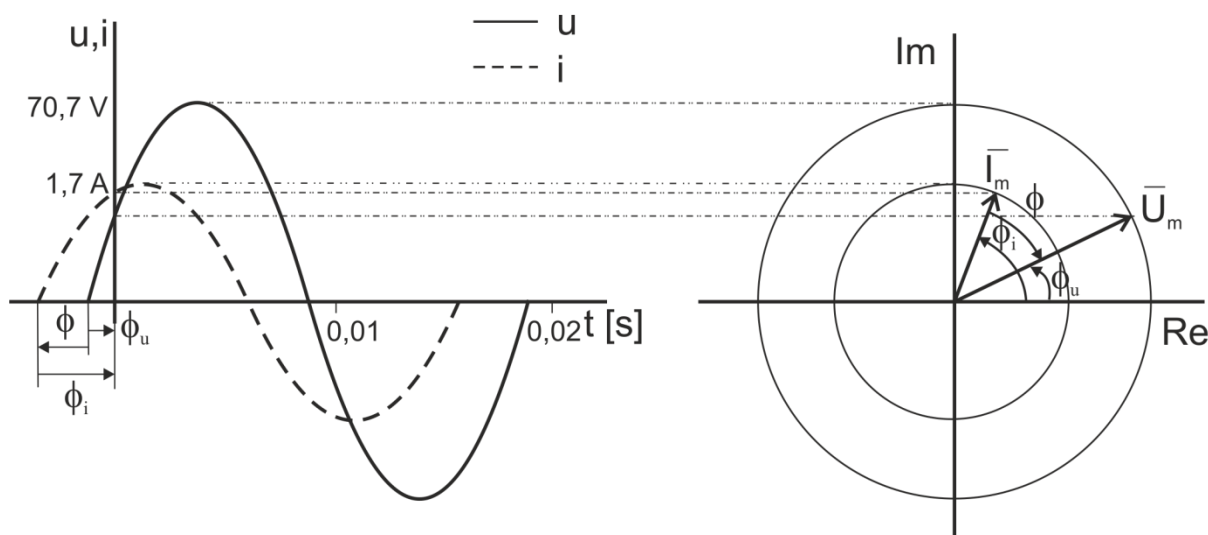
Počiatkové fázy oboch veličín si vyjadríme v stupňoch:

$$\phi_u = \frac{\pi}{8} = \frac{180^\circ}{8} = 22,5^\circ \quad \phi_i = \frac{3\pi}{8} = \frac{3 \cdot 180^\circ}{8} = 67,5^\circ$$

Výsledné vyjadrenie harmonických funkcií má tvar:

$$u(t) = 70,7 \sin(314t + 22,5^\circ) \quad i(t) = 1,7 \sin(314t + 67,5^\circ)$$

Znázornenie priebehov spolu s ich stotožnením s vektormi v Gaussovej rovine vyzerá nasledovne:



Všimnime si, že pre prúdy a napätia používame inú mierku čo súvisí s obvyčajne rádovo odlišnými hodnotami. Fázový posun je v tomto prípade záporný, pretože prúd predbieha napätie – má väčšiu počiatkovú fázu ako napätie.

4.5 Popis elektrických obvodov pomocou komplexných čísel

V jednosmerných obvodoch sa vyskytoval jediný typ pasívneho prvku – rezistor, ktorého charakteristickým parametrom bol elektrický odpor R . V striedavých obvodoch sa vyskytujú aj ďalšie dva pasívne prvky – cievka a kondenzátor, ktorých charakteristickými parametrami sú indukčnosť L a kapacita C . Funkciu týchto prvkov v striedavých obvodoch možno vyjadriť takto:

Rezistor je obvodový prvok v ktorom dochádza k premene elektrickej energie na teplo.

Kondenzátor je obvodový prvok v ktorom sa využívajú elektrické silové účinky elektromagnetického poľa.

Cievka je obvodový prvok v ktorom sa využívajú magnetické silové účinky elektromagnetického poľa.

Veľmi dôležité je vyjadrenie vzťahu medzi napätím a prúdom u týchto prvkov v striedavých obvodoch. Z jednosmerných obvodov vieme, že vzťah medzi napätím a prúdom je vyjadrený v Ohmovom zákone. Ak budeme uvažovať harmonické veličiny, pre vzťah medzi prúdom a napätím bude platiť:

I. Rezistor

$$\text{Ohmov zákon: } i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin \omega t}{R} = \left(\frac{U_m}{R} \right) \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$

Ak použijeme komplexné vyjadrenie pre harmonické funkcie dostaneme:

$$\bar{i} = \frac{\bar{u}}{R} = \frac{U_m e^{j\omega t}}{R} = \left(\frac{U_m}{R} \right) e^{j\omega t} = I_m e^{j\omega t}$$

Ak si vyjadríme vzťah v efektívnych hodnotách a použijeme len fázory (bez člena $e^{j\omega t}$) dostávame:

$$\boxed{\bar{I} = \frac{\bar{U}}{R}} \quad (4.19)$$

Fázový posun medzi napätím a prúdom pri rezistore je nulový.

II. Kondenzátor

Veľkosť prúdu kondenzátorom je priamo úmerná kapacite C kondenzátora a rýchlosti zmeny napätia v čase (teda časovej derivácii napätia):

$$\boxed{i = C \frac{du}{dt}} \quad (4.20)$$

Ak dosadíme do vzťahu 4.20 harmonické napätie $u = U_m \sin \omega t$, dostávame:

$$i = C \frac{d(U_m \sin \omega t)}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = \omega C U_m \left(\sin \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Fázový posun medzi napätím a prúdom pri kondenzátore je rovný -90 stupňov.

Z uvedeného vyplýva, že prúd pri kondenzátore predbieha napätie o 90 stupňov – preto je znamienko fázového posunu mínus.

Ak použijeme komplexné vyjadrenie harmonických veličín, dostávame:

$$\bar{i} = C \frac{dU_m e^{j\omega t}}{dt} = j\omega C U_m e^{j\omega t} = j\omega C \bar{u}$$

$$\bar{u} = \frac{\bar{i}}{j\omega C}$$

Všimnime si, že v poslednom vzťahu člen $1/j\omega C$ formálne odpovedá odporu v Ohmovom zákone. Člen $1/\omega C$ sa nazýva **kapacitná reaktancia** (kapacitancia) a označuje sa X_C . Jednotkou kapacitnej reaktancie je **ohm** $[\Omega]$. Prevrátená hodnota kapacitnej reaktancie sa nazýva **kapacitná susceptancia** a označuje sa B_C . Jednotkou kapacitnej susceptancie je **siemens** $[S]$. Ak použijeme vyjadrenie fázorov v efektívnych hodnotách, pre kondenzátor platí:

$$\boxed{\bar{U} = -jX_C \bar{I}} \quad (4.21)$$

III. Cievka

Veľkosť napätia na cievke je priamo úmerná indukčnosti cievky L a rýchlosti zmeny prúdu v čase (teda časovej derivácii prúdu):

$$\boxed{u = L \frac{di}{dt}} \quad (4.22)$$

Ak dosadíme do vzťahu 4.22 harmonický prúd $i = I_m \sin \omega t$, dostávame:

$$u = L \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = \omega L I_m \left(\sin \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Fázový posun medzi napätím a prúdom pri kondenzátore je rovný $+90$ stupňov.

Z uvedeného vyplýva, že napätie na cievke predbieha prúd o 90 stupňov – preto je znamienko fázového posunu plus.

Ak použijeme komplexné vyjadrenie harmonických veličín, dostávame:

$$\bar{u} = L \frac{dI_m e^{j\omega t}}{dt} = j\omega L I_m e^{j\omega t} = j\omega L \bar{i}$$

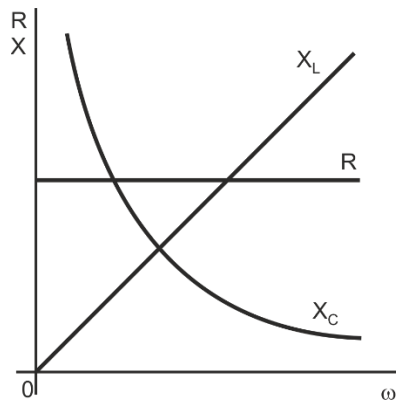
$$\bar{u} = j\omega L \bar{i}$$

Všimnime si, že v poslednom vzťahu člen $j\omega L$ formálne odpovedá odporu v Ohmovom zákone. Člen ωL sa nazýva **indukčná reaktancia** (induktancia) a označuje sa X_L . Jednotkou indukčnej reaktancie je **ohm** $[\Omega]$. Prevrátená hodnota indukčnej reaktancie sa nazýva **indukčná susceptancia** a označuje sa B_L . Jednotkou indukčnej susceptancie je **siemens** $[S]$. Ak použijeme vyjadrenie fázorov v efektívnych hodnotách, pre cievku platí:

$$\boxed{\bar{U} = jX_L \bar{I}} \quad (4.23)$$

 Podľa vzťahov, ktoré sme odvodili vyššie vyplýva, že kým odpor rezistora R nezávisí

od frekvencie, kapacitná reaktancia kondenzátora X_C a indukčná reaktancia cievky X_L sú frekvenčne závislé. Závislosť indukcie cievky na frekvencii je lineárna a jej hodnota s rastúcou frekvenciou rastie (viď obrázok). Závislosť kapacitance kondenzátora na frekvencii je naopak nelineárna a jej hodnota s frekvenciou klesá. Z uvedeného zároveň vyplýva, že kondenzátor predstavuje v jednosmernom obvode (frekvencia jednosmerných veličín je nulová) rozpojený obvod (nekonečne veľký odpor) a cievka predstavuje skrat (nulový odpor).



V Tab. 4.1 máme zhrnuté vlastnosti troch základných pasívnych prvkov vrátane vyznačenia značiek, ktoré budeme používať v schémach striedavých elektrických obvodov.

Tab. 4.1 RLC prvky v striedavých obvodoch a vzťahy medzi napätím a prúdom pre tieto prvky

Prvok	Značka	Priebehy	Fázorový diagram
Rezistor			
Kondenzátor			
Cievka			

4.6 Základné zákony pre analýzu striedavých obvodov

Základné zákony pre analýzu striedavých obvodov s harmonickými veličinami predstavujú, podobne ako v jednosmerných obvodoch, Ohmov zákon a Kirchhoffove zákony, ktoré môžeme napísať vo forme fázorov. Kirchhoffove zákony pre okamžité hodnoty prúdov a napätí ako aj pre fázory prúdov a napätí sú zhrnuté v Tab. 4.2.

Tab. 4.2 Kirchhoffove zákony v harmonickom a symbolicko-komplexnom tvare

I. KZ pre okamžité hodnoty	I. KZ pre fázory	II. KZ pre okamžité hodnoty	II. KZ pre fázory
$\sum \pm i = 0$ v uzle	$\sum \pm \bar{I} = 0$ v uzle	$\sum \pm u = 0$ v slučke	$\sum \pm \bar{U} = 0$ v slučke

Z Tab. 4.2 vyplýva, že súčet fázorov prúdu v uzle sa rovná nule (I. KZ) a súčet fázorov napätí v slučke sa rovná nule (II. KZ). Pri analýze je potrebné tiež vyhodnotiť orientáciu príslušných veličín podľa čoho určíme znamienko prúdu resp. napätia.

Ohmov zákon bol uvedený pre všetky tri pasívne prvky vo vzťahoch 4.19, 4.21 a 4.23. Pre prehľadnosť si ich uvedieme v tabuľke (Tab. 4.3) s vyjadrením prúdu aj napätia.

Tab. 4.3 Ohmov zákon pre pasívne prvky v symbolicko-komplexnom tvare

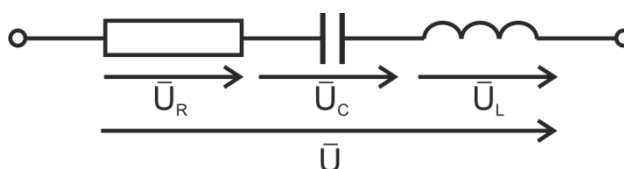
Prvok	Ohmov zákon pre napätie	Ohmov zákon pre prúd
Rezistor	$\bar{U}_R = R\bar{I}_R$	$\bar{I}_R = G\bar{U}_R$
Kondenzátor	$\bar{U}_C = \left(\frac{1}{j\omega C}\right)\bar{I}_C$	$\bar{I}_C = j\omega C\bar{U}_C$
Cievka	$\bar{U}_L = j\omega L\bar{I}_L$	$\bar{I}_L = \left(\frac{1}{j\omega L}\right)\bar{U}_L$

Ak budeme uvažovať sériový RLC obvod (teda obvod tvorený sériovým zapojením všetkých troch pasívnych prvkov – Obr. 4.8), pre fázory napätí podľa II. KZ platí:

$$\boxed{\bar{U}_R + \bar{U}_C + \bar{U}_L = \bar{U}} \quad (4.24)$$

Ak si prepíšeme fázory úbytkov napätí na jednotlivých pasívnych prvkov podľa Tab. 4.3 dostávame:

$$\boxed{\bar{U} = R\bar{I} + (1/j\omega C)\bar{I} + j\omega L\bar{I} = \bar{Z}\bar{I}} \quad (4.25)$$



Obr. 4.8 Sériový RLC obvod

Vzťah

$$\boxed{\bar{U} = \bar{Z}\bar{I}} \quad (4.26)$$

je zovšeobecnený Ohmov zákon v symbolicko-komplexnom tvare. Vo vzťahu 4.26 $\bar{Z}$ sa nazýva **impedancia** (komplexný odpor). Jednotkou impedancie je **ohm** [Ω]. Je dôležité si uvedomiť, že impedancia je komplexným číslom avšak nie je *fázorom* – nepredstavuje harmonickú funkciu tak ako fázor prúdu alebo napätia. Vo vzťahu 4.25 je impedancia tvorená:

$$\bar{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (4.27)$$

Reálna zložka impedancie je vo všeobecnosti tvorená elektrickým odporom rezistorov a nazýva sa **rezistancia**. Imaginárna zložka impedancie je vo všeobecnosti tvorená reaktanciami kondenzátorov a cievok (celý výraz v zátvorke vzťahu 4.27, ktorý môžeme ako celok označiť X). Impedancia – tak ako každé komplexné číslo – má *modul* a *argument* (prípomeňme si, že modul je vzdialenosť komplexného čísla od počiatku Gaussovej roviny a argument je uhol, ktorý zvierajú spojnica počiatku a tohto bodu s kladnou časťou osi x), ktoré môžeme vyjadriť takto:

$$\bar{Z} = \sqrt{R^2 + X^2} e^{j \arctg(X/R)} = |\bar{Z}| e^{j\phi} \quad (4.28)$$

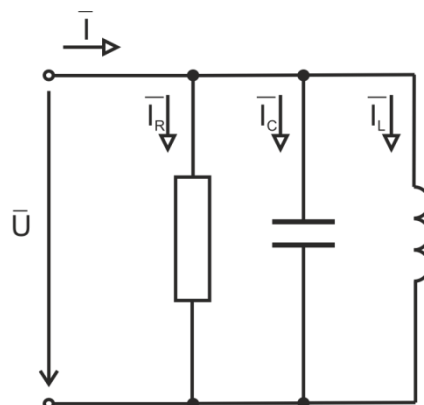
Modul v tomto prípade odpovedá veľkosti impedancie $\bar{Z}$ a argument odpovedá fázovému posunu medzi napätím a prúdom $\phi = \phi_u - \phi_i$. Podľa *znamienka fázového posunu* rozlišujeme charakter záťaže – ak má fázový posun *kladné* znamienko, záťaž má **odporovo-indukčný charakter**, ak má fázový posun *záporné* znamienko, záťaž má **odporovo-kapacitný charakter**.

Uvažujme paralelný RLC obvod (teda obvod tvorený paralelným zapojením všetkých troch pasívnych prvkov – Obr. 4.9), pre fázory prúdov potom podľa I. KZ platí:

$$\bar{I}_R + \bar{I}_C + \bar{I}_L = \bar{I} \quad (4.29)$$

Ak opäť použijeme Tab. 4.3 a prepíšeme si fázory prúdov pomocou Ohmovho zákona, dostávame:

$$\bar{I} = G\bar{U} + j\omega C\bar{U} + (1/j\omega L)\bar{U} \quad (4.30)$$



Obr. 4.9 Paralelný RLC obvod

Vzťah

$$\bar{I} = \bar{Y}\bar{U} \quad (4.31)$$

je podobne ako vzťah 4.26 zovšeobecneným Ohmovým zákonom v symbolicko-komplexnom vyjadrení. Vo vzťahu 4.31 predstavuje $\bar{Y}$ **admitanciu** (komplexnú vodivosť), ktorej jednotkou je **siemens** [S]. Admitancia (rovnako ako impedancia) je komplexným číslom avšak nie fázorom, keďže nie je vyjadrením harmonickej funkcie. Vo vzťahu 4.30 má admitancia nasledujúcu podobu:

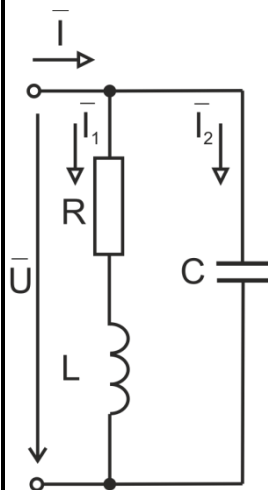
$$\bar{Y} = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \quad (4.32)$$

Reálna zložka admitancie je vo všeobecnosti tvorená vodivosťou rezistorov a nazýva sa **konduktancia**. Imaginárna zložka impedancie je vo všeobecnosti tvorená susceptanciami kondenzátorov a cievok (celý výraz v zátvorke vzťahu 4.27, ktorý môžeme ako celok označiť B) – pripomeňme, že susceptancie sú prevrátené hodnoty reaktancií kondenzátorov a cievok. Admitancia je teda prevrátenou hodnotou impedancie:

$$\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}} \quad (4.33)$$

Príklad 4.2

Vypočítajte fázory všetkých vyznačených prúdov $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}$ a nakreslite fázorový diagram ak je dané: $R = 40 \, \Omega$, $C = 15 \, \mu F$, $L = 0,2 \, H$, $f = 50 \, Hz$, $U = 230 \, V$.



Fázory prúdov $\bar{I}_1, \bar{I}_2$ môžeme vypočítať pomocou Ohmovho zákona:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_1} = \frac{\bar{U}}{R + j\omega L} = \frac{230V}{(40 + j62,8)\Omega} = \frac{230V}{74,46e^{j57,5^\circ}} = \underline{\underline{3,09e^{-j57,5^\circ} \text{ A}}} \\ &= 3,09(\cos(-57,5^\circ) + j\sin(-57,5^\circ)) = \underline{\underline{(1,66 - j2,61)A}} \end{aligned}$$

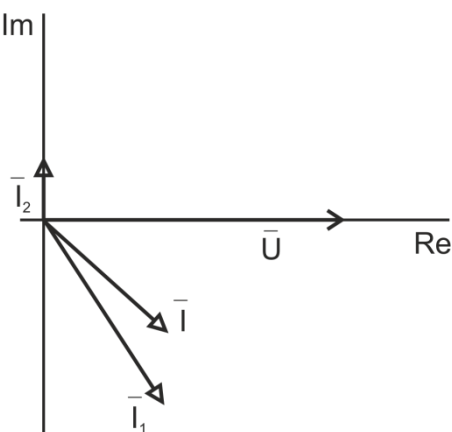
Impedanciu $\bar{Z}_1$ sme previedli do exponenciálneho tvaru pretože delenie (resp. násobenie) komplexných čísel v exponenciálnom tvare je jednoduchšie – výsledný modul je daný podielom modulov oboch komplexných čísel a výsledný argument je daný rozdielom argumentov. Pokiaľ je uvedená len efektívna hodnota bez argumentu (ako u napájacieho napätia), znamená to, že počiatočná fáza je rovná nule. Výsledný fázor prúdu sme zároveň previedli do zložkového tvaru pretože pre sčítanie a odčítanie komplexných čísel je vhodný zložkový tvar v ktorom osobitne sčítavame (alebo odčítavame) reálne a osobitne imaginárne zložky.

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_2} = \frac{\bar{U}}{-j(1/\omega C)} = \frac{230V}{-j212,31\Omega} = \underline{\underline{j1,08 A}}$$

Podľa I.KZ platí:

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = (1,66 - j2,61 + j1,08) A = \underline{\underline{(1,66 - j1,53) A}} = \underline{\underline{2,26e^{-j42,67^\circ} A}}$$

Vo fázorovom diagrame si zvolíme referenčný fázor, ktorým bude napájacie napätie, ktorého vektor bude ležať v osi x. Pre fázory prúdov a fázory napätí volíme osobitnú mierku. Všimnime si, že fázory je možné sčítavať (resp. odčítavať) rovnako ako vektory – preto môžeme získať výsledný fázor prúdu $\bar{I}$ graficky z fázorov $\bar{I}_1, \bar{I}_2$ doplnením na rovnobežník. Dĺžky vektorov odpovedajú efektívnym hodnotám elektrických veličín.

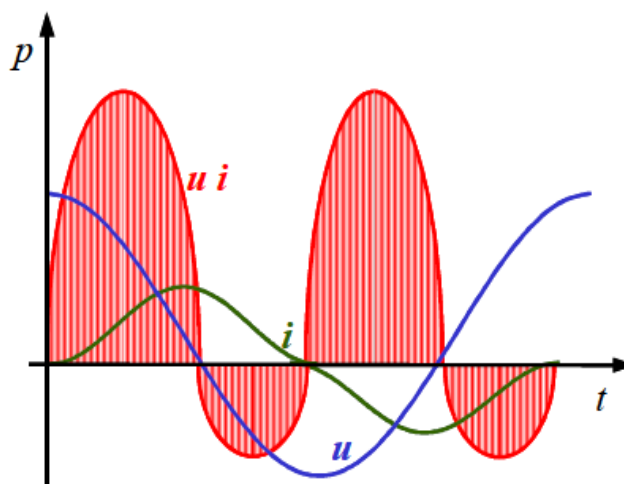


4.7 Výkony v striedavých obvodoch

Z jednosmerných obvodov už vieme, že *elektrický výkon* je definovaný ako súčin napätia a prúdu. V striedavých obvodoch však vzhľadom k tomu, že okamžitá hodnota prúdu aj napätia sa v čase menia (predpokladáme harmonické funkcie), *mení sa v čase aj okamžitá hodnota výkonu*, čo môžeme napísať:

$$\boxed{p(t) = u(t) \cdot i(t)} \quad (4.34)$$

Príklad priebehu okamžitého výkonu je na Obr. 4.10. Okamžitý výkon je kmitavý a má jednosmernú zložku $UI \cos \phi$ a striedavú zložku s frekvenciou 2ω . V každom okamihu sa jeho hodnota rovná súčinu hodnoty prúdu a napätia a môže mať aj kladné aj záporné znamienko. Je zrejmé, že záporné znamienko bude mať okamžitý výkon vtedy pokiaľ sú navzájom opačné znamienka prúdu a napätia (buď je napätie kladné a prúd záporný alebo naopak). K tomu dochádza vtedy ak prúd a napätie nie sú vo fáze (ich fázový posun nie je nulový). V čase kedy je $p(t) > 0$, je energia dodávaná do záťaže (v rezistoroch sa mení na teplo a v kondenzátoroch a cievkach sa akumuluje v podobe energie elektrického resp. magnetického poľa), avšak keď je $p(t) < 0$, energia sa vracia zo záťaže späť. Ak je sú napätie a prúd vo fáze (t.j. ich fázový posun je rovný nule) je okamžitý výkon vždy kladný a späť sa nevracia žiadna energia. Ak je fázový posun väčší ako nula ale menší ako $\pm 90^\circ$, späť sa vracia len časť energie.



Obr. 4.10 Znáznornenie okamžitého elektrického výkonu v striedavom obvode [26]

Energia, ktorá sa v obvode premieňa na teplo je **činná energia** charakterizovaná **činným výkonom**. Energia, ktorá sa periodicky vymieňa medzi zdrojom a cievkami resp. kondenzátormi je **jalová energia** charakterizovaná **jalovým výkonom**. Tieto zložky okamžitého výkonu je možné zapísať aj matematicky úpravou vzťahu 4.34 (uvedieme bez odvodnenia):

$$p(t) = (UI \cos \phi - UI \cos \phi \cos 2\omega t) + (UI \sin \phi \sin 2\omega t) = p_R + p_X \quad (4.35)$$

kde člen p_R – okamžitý činný výkon a p_X – okamžitý jalový výkon. Všimnime si, že prvý člen v zátvorke vzťahu 4.35 má dve zložky, z ktorých jedna ($UI \cos \phi$) nezávisí od uhlovej frekvencie ω . Ak použijeme vzťah 4.9 pre výpočet strednej hodnoty okamžitého výkonu za jednu periódu, dostaneme:

$$P = UI \cos \phi \quad (4.36)$$

Tento výkon predstavuje **jednosmernú zložku okamžitého činného výkonu**. Jednotkou činného výkonu je **watt [W]**.

Ak by sme použili vzťah 4.9 pre výpočet strednej hodnoty okamžitého jalového výkonu, výsledok by bol rovný nule pretože táto zložka okamžitého výkonu je striedavá (symetrická okolo osi x). **Jalový výkon** preto definujeme ako amplitúdu okamžitého jalového výkonu:

$$P_Q = UI \sin \phi \quad (4.37)$$

Jednotkou jalového výkonu je **voltampér reaktančný [VAr]**.

Pri výpočtoch sa používa aj **zdanlivý výkon**, ktorý je definovaný:

$$P_S = UI \quad (4.38)$$

Jednotkou zdanlivého výkonu je **voltampér [VA]**.

Keďže okamžitý výkon je tiež harmonická funkcia (podobne ako prúd alebo napätie), je možné použiť pri analýze symbolicko-komplexnú metódu a prisúdiť mu charakter komplexnej funkcie času. Platí:

$$\boxed{\bar{P}_S = P + jP_Q = UI \cos \phi + jUI \sin \phi} \quad (4.39)$$

Vzťah 4.39 je vyjadrený v zložkovom tvare a vyplýva z neho, že reálna zložka komplexného výkonu odpovedá činnému výkonu a imaginárna jalovému výkonu. Komplexný výkon samozrejme môžeme zapísať aj v exponenciálnom tvare:

$$\boxed{\bar{P}_S = P_S e^{j\phi}} \quad (4.40)$$

kde ϕ - fázový posun medzi napätím a prúdom. Ak vnímame výkon ako komplexnú veličinu, môžeme si ho znázorniť v Gaussovej rovine pomocou fázorov (Obr. 4.11). Toto zobrazenie nazývame **výkonový trojuholník**.

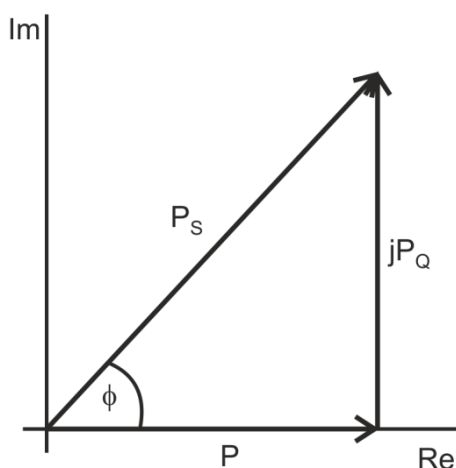
Z výkonového trojuholníka vyplýva:

$$\boxed{\begin{array}{lll} P_S = \sqrt{P^2 + P_Q^2} & P = P_S \cos \phi & P_Q = P_S \sin \phi \\ \operatorname{tg} \phi = P_Q / P & P_Q = P \operatorname{tg} \phi & P = P_Q \cot \phi \end{array}} \quad (4.41)$$

Veličina $\cos \phi$ sa nazýva **účinník** a udáva akú časť zdanlivého výkonu predstavuje činný výkon. Je definovaný ako pomer činného výkonu a zdanlivého výkonu:

$$\boxed{\cos \phi = \frac{P}{P_S}} \quad (4.42)$$

Keďže je funkcia kosínus párna, znamená to, že účinník nadobúda vždy kladné hodnoty a to bez ohľadu na charakter záťaže (odporovo-indukčná alebo odporovo-kapacitná).



Obr. 4.11 Výkonový trojuholník v Gaussovej rovine

Príklad 4.3

Uvažujme vedenie s koncovým napätím $U = 420 \text{ V}$ a k nemu paralelne pripojené tri spotrebiče, každý s iným činným výkonom a účinníkom: $P_1 = 90 \text{ kW}$, $\cos \phi_1 = 0,6$ (kap.), $P_2 = 110 \text{ kW}$, $\cos \phi_2 = 0,85$ (ind.), $P_3 = 85 \text{ kW}$, $\cos \phi_3 = 0,95$ (ind.). Vypočítajte fázor prúdu zo zdroja.

Pre určenie fázoru celkového prúdu budeme potrebovať zistiť jeho efektívnu hodnotu a jeho počiatočnú fázu. Celkový činný výkon je daný:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 285 \text{ kW}$$

Jalový výkon jednotlivých spotrebičov dostaneme z činného výkonu pomocou vzťahu $P_Q = P \operatorname{tg} \phi$ (vzťah 4.41):

$$P_{Q1} = -90 \operatorname{tg}(\arccos 0,6) = -120 \text{ kVAr}$$

$$P_{Q2} = 110 \operatorname{tg}(\arccos 0,85) = 68 \text{ kVAr}$$

$$P_{Q3} = 85 \operatorname{tg}(\arccos 0,95) = 28 \text{ kVAr}$$

Prvý jalový výkon je záporný kvôli kapacitnému charakteru záťaže (fázový posun medzi napätím a prúdom je pri tejto záťaži záporný). Celkový jalový výkon sa rovná:

$$P_Q = P_{Q1} + P_{Q2} + P_{Q3} = -26 \text{ kVAr}$$

Celkový zdanlivý výkon je (vzťah 4.41):

$$P_S = \sqrt{P^2 + P_Q^2} = 286 \text{ kVA}$$

Efektívna hodnota prúdu zo zdroja je:

$$I = \frac{P_S}{U} = \frac{286 \cdot 10^3 \text{ VA}}{420 \text{ V}} \cong 681 \text{ A}$$

Fázový posun vzhľadom na napätie určíme zo vzťahu 4.41:

$$\phi = \arctg\left(\frac{P_Q}{P}\right) = \arctg\left(\frac{-26 \text{ kVAr}}{285 \text{ kW}}\right) = -5^\circ 12'$$

Počiatočnú fázu prúdu dostaneme zo vzťahu 4.4:

$$\phi_i = \phi_u - \phi = 0^\circ - (-5^\circ 12') = 5^\circ 12'$$

Fázor celkového prúdu zo zdroja je:

$$\bar{I} = \underline{\underline{681e^{j5^\circ 12'} \text{ A}}}$$



Zhrnutie

1. *Striedavé elektrické veličiny sú veličiny, ktorých okamžitá hodnota sa v čase mení a po určitej dobe (perióda) sa opakuje. Cyklus je úsek priebehu, ktorý trvá jednu periódu a počet cyklov za jednotku času je frekvencia.*

2. *Harmonické elektrické veličiny sú veličiny, ktoré môžeme popísať funkciou sínus resp. kosínus. Charakterizujeme ich amplitúdou (max. hodnotou), frekvenciou a fázou (okamžitou resp. počiatočnou). Fáza je uhol, ktorý priradujeme časovému priebehu harmonických veličín (1 perióda má uhol 360°).*
3. *Rozdiel počiatočných fáz dvoch harmonických priebehov nazývame fázový posun. Pre napätie a prúd je definovaný ako rozdiel medzi počiatočnou fázou napätia a počiatočnou fázou prúdu. Ak je kladný, napätie predbieha prúd, ak je záporný, prúd predbieha napätie.*
4. *Efektívna hodnota je taká hodnota jednosmerného prúdu pri ktorom sa vytvorí rovnaké množstvo tepla ako pri priechode daného striedavého prúdu. Efektívna hodnota je približne 70% z maximálnej hodnoty. Stredná hodnota je priemerná hodnota za jednu periódu (prípadne za polovicu periódy, ak ide o striedavý priebeh). Stredná hodnota je približne 64% z maximálnej hodnoty.*
5. *Harmonické funkcie môžeme vyjadriť ako komplexné funkcie času. Takto vyjadrený harmonický priebeh sa nazýva komplexor. Ak si vyjadríme len tú časť priebehu, ktorá nesie informáciu o efektívnej (alebo maximálnej) hodnote a počiatočnej fáze, nazývame ju fázor. Fázory znázorňujeme ako vektory v Gaussovej rovine, pričom ich dĺžka odpovedá ich efektívnej (alebo maximálnej) hodnote a ich uhol s kladnou osou x odpovedá ich počiatočnej fáze.*
6. *V striedavých obvodoch sa ako pasívne prvky vyskytujú rezistor, kondenzátor a cievka. Odpor kondenzátora a cievky je frekvenčne závislý a nazýva sa kapacitná a indukčná reaktancia. Kondenzátor spôsobuje fázový posun medzi napätím a prúdom 90° pričom prúd predbieha napätie (znamienko fázového posunu je mínus). Cievka spôsobuje fázový posun medzi napätím a prúdom tiež 90° ale napätie v tomto prípade predbieha prúd (znamienko fázového posunu je plus).*
7. *Pre analýzu striedavých obvodov sa používajú Kirchhoffove zákony a Ohmov zákon, ktoré platia pre fázory. Odpor v striedavých obvodoch sa vyjadruje pomocou komplexného odporu nazývaného impedancia. Jeho reálnu zložku tvorí odpor rezistorov a imaginárnu tvoria reaktancie cievok a kondenzátorov. Prevrátená hodnota impedancie sa nazýva admitancia a prevrátená hodnota reaktancie sa nazýva susceptancia (kapacitná a indukčná).*
8. *Okamžitý výkon v striedavých obvodoch je daný ako súčin okamžitej hodnoty prúdu a napätia, a preto sa mení. Ak má zápornú hodnotu, časť energie sa vracia späť k zdroju (jalová zložka výkonu), ak má kladnú hodnotu, elektrická energia sa v záťaži mení na užitočnú energiu. Pokiaľ má záťaž čisto ohmický charakter (rezistory), celý striedavý výkon je tvorený jeho činnou zložkou. Pokiaľ by mala záťaž čisto reaktančný charakter, celý výkon by bol tvorený jalovou zložkou. Kosínus fázového posunu medzi napätím a prúdom nazývame účinník.*

5 ELEKTRONIKA

Ciele

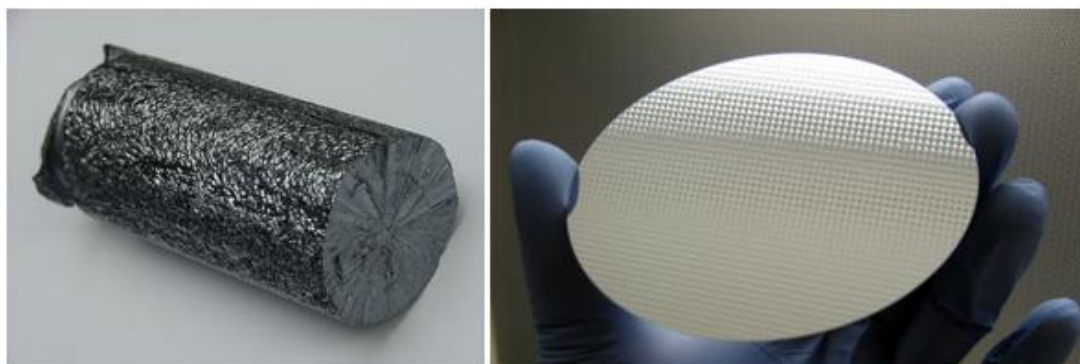
Po preštudovaní kapitoly by mal byť študent schopný:

1. Charakterizovať polovodiče z hľadiska ich použitia v elektronike
2. Vysvetliť rozdiel medzi vlastnou a nevlastnou vodivosťou polovodičov
3. Definovať polovodiče typu P a typu N
4. Popísať funkciu PN priechodu bez pripojeného napätia a po pripojení na napätie
5. Vysvetliť princíp činnosti diódy, nakresliť jej V-A charakteristiku a popísať jej základné parametre
6. Klasifikovať tranzistory z hľadiska ich princípu činnosti
7. Vysvetliť princíp činnosti bipolárnych a unipolárnych tranzistorov a popísať ich základné charakteristiky a parametre
8. Charakterizovať tyristor a triak, vysvetliť ich princíp činnosti a nakresliť ich symboly a charakteristiky

5.1 Stručný úvod do fyziky polovodičov

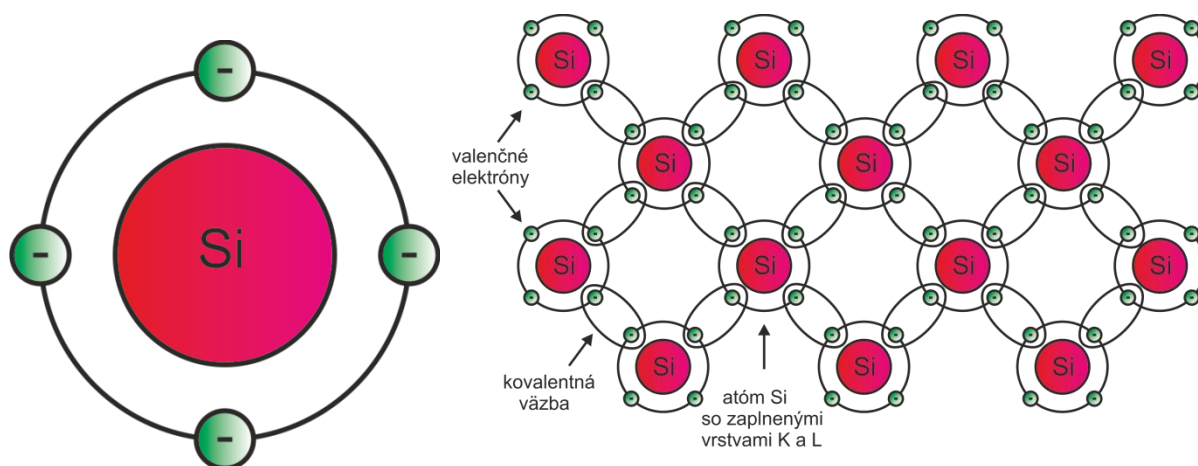
Základom *elektronických súčiastok*, ktoré sa využívajú v elektronických prístrojoch a zariadeniach sú **polovodiče**. Polovodiče sú materiály, ktorých *elektrická vodivosť* sa nachádza na rozhraní medzi izolantmi a vodičmi. K týmto materiálom patria predovšetkým *kremík*, *germánium*, *selén* a rôzne typy zlúčenín *gália* a *india* (napr. gálium-arzenid, gálium-fosfid, indium-fosfid, indium-antimonid a ďalšie). V súčasnosti majú najväčší význam kremík a germánium a uvedené zlúčeniny (nazývajú sa tiež intermetalické).

Kremík je z hľadiska hmotnostného zastúpenia ôsmy najbežnejšie sa vyskytujúci prvok vo vesmíre, avšak v čistej forme sa vyskytuje len veľmi zriedkavo. Väčšina kremíku sa vyskytuje v podobe oxidu kremičitého, ktorý môžeme nájsť napr. v piesku, kmeni a acháte. Z oxidu kremičitého je potom možné pomocou rôznych chemických metód získať čistý kremík v pevnej forme. V elektronike sa vyžaduje výrazne vyššia čistota kremíka ako v oblasti metalurgie – tradičným postupom (tzv. Siemensovým procesom) sa získava kremík s 99,9999999% až 99,999999999% čistotou (čo znamená, že na 10^9 až 10^{11} atómov kremíka pripadá jeden atóm nečistoty – Obr. 5.2 vľavo). V procese výroby elektronických súčiastok má kremík formu valcových tyčí s priemerom až 300 mm z ktorých sa režu veľmi tenké pláty s hrúbkou približne 0,75 mm (Obr. 5.1 vpravo).



Obr. 5.1 Tyč z kremíka s veľmi vysokou čistotou vyrobená Siemensovým procesom (vľavo) [16] a tenký plát rezaný z kremíkovej tyče používaný pri výrobe elektronických súčiastok (vpravo) [27]

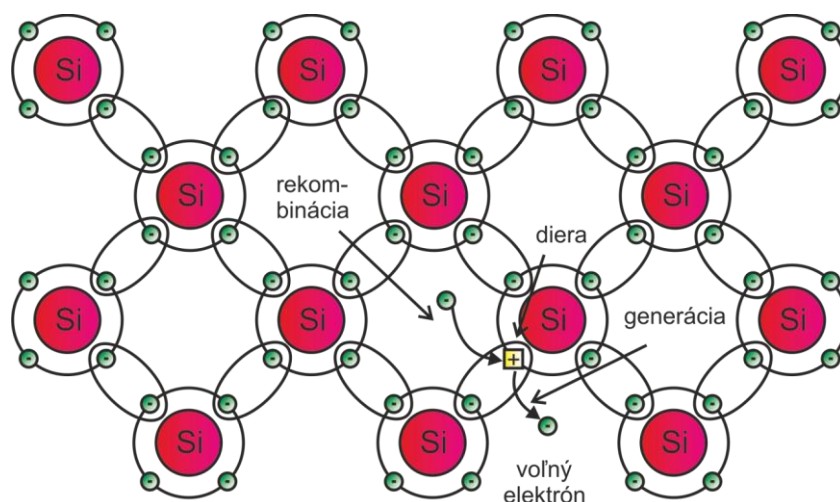
Pre funkciu elektronických súčiastok sú rozhodujúce *chemické vlastnosti* príslušného polovodičového materiálu. Zo základnej chémie vieme, že atómy sú tvorené jadrom a obalom. V jadre sa nachádzajú protóny (majú kladný náboj) a neutróny (nemajú náboj) a v obale sa nachádzajú elektróny (majú záporný náboj). Elektróny sú okolo jadra rozmiestnené vo vrstvách (označených K, L, M, N, O, P, Q), ktorých energia stúpa v smere od jadra, pričom majú tendenciu zaujímať stavy s najnižšou energiou (najbližšie k jadrú). Z hľadiska vytvárania chemických väzieb je najdôležitejšia vonkajšia vrstva nazývaná **valenčná vrstva**. Kremík obsahuje v prvej vrstve 2 elektróny, v druhej vrstve 8 elektrónov a tretej vrstve 4 elektróny (Obr. 5.2 vľavo). Materiály, ktoré nemajú zaplnenú valenčnú vrstvu nie sú stabilné a stabilitu môžu získať len prijatím ďalších elektrónov, ktoré by zaplnili valenčnú vrstvu. Keďže veľmi čistý kremík používaný pri výrobe elektronických súčiastok má len veľmi malý počet atómov nečistôt s ktorými by mohol vytvárať väzby, vytvárajú kremíkové atómy väzby navzájom – zdieľajú svoje valenčné elektróny v **kovalentnej väzbe** (Obr. 5.2 vpravo).



Obr. 5.2 Zjednodušený model atómu kremíka s vyznačením valenčných elektrónov (vľavo) a kovalentná väzba medzi atómami kremíka vytvárajúca pravidelnú (kryštalickú) štruktúru

5.1.1 Vlastná vodivosť polovodičov

Je dôležité si uvedomiť, že polovodičové materiály ako kremík majú za normálnych okolností pomerne veľký merný elektrický odpor a sú teda slabými vodičmi elektrického prúdu. Pri veľmi vysokej čistote kremíka používaného v elektronike sú takmer všetky jeho atómy viazané kovalentnými väzbami a vytvárajú kryštalickú mriežku. Ak by sme uvažovali teplotu rovnú absolútnej nule ($0\text{ K} = -273,16\text{ °C}$) boli by všetky atómy v pokojovom stave a v štruktúre mriežky by sa nevyskytovali žiadne poruchy – kremík by bol dokonalý izolant. Dodaním energie (napr. tepelnej pri zvýšení teploty) začnú atómy kmitať pričom sa zmenšuje ich vzdialenosť elektrónového obalu od jadra čo znamená menšiu elektrostatickú silu väzby medzi jadrom a obalom (Coulombov zákon). Keďže valenčné elektróny sú viazané k jadrú slabšie ako elektróny v nižších vrstvách môže dôjsť k tomu, že valenčný elektrón opustí kovalentnú väzbu a stane sa **voľným elektrónom** (Obr. 5.3). Po tomto elektróne ostane vo väzbe prázdne miesto, ktoré môže obsadiť iný elektrón a nazýva sa **diery** (Obr. 5.3). Vytvorenie voľného elektrónu a diery sa nazýva **generácia páru elektrón-diery**. Obsadenie voľného miesta (diery) iným voľným elektrónom sa nazýva **rekombinácia**.

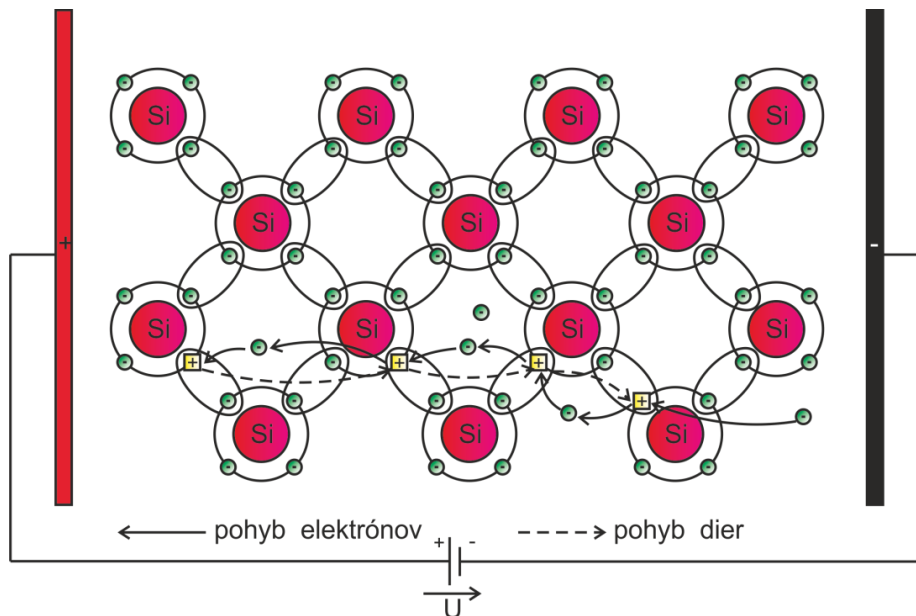


Obr. 5.3 Generáciu páru elektrón-diera a rekombinácia v kryštáli kremíka

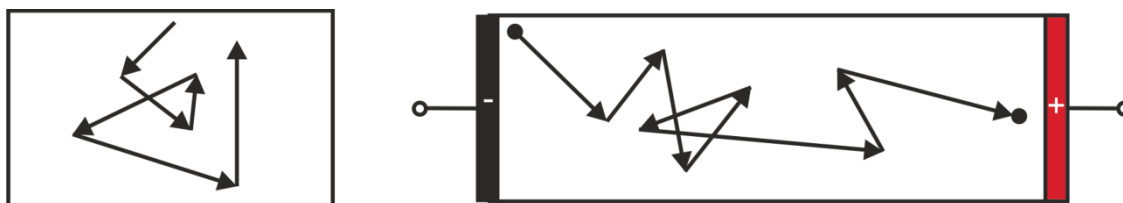
Oba deje (generácia a rekombinácia) sú v rovnováhe pričom počet párov elektrón-diera je závislý na teplote – s rastúcou teplotou sa ich počet zvyšuje. Počet párov je pri izbovej teplote veľmi nízky (jedna porušená väzba pripadá približne na 10^9 väzieb) a na každých 10K sa zväčší asi na dvojnásobok. Závislosť polovodičových materiálov na teplote je výraznejšia ako u vodičov a ich *teplotný koeficient merného elektrického odporu je záporný* - so stúpajúcou teplotou ich odpor klesá, pretože sa zvyšuje počet porušených väzieb, a teda rastie počet nosičov náboja.

Ak pripojíme kryštál kremíka k zdroju napätia (Obr. 5.4), vo vytvorenom elektrickom poli sa voľné elektróny pohybujú smerom ku kladnému pólu (vyznačené plnou šípkou). Pri pohybe rekombinujú s vytvorenými dierami, pričom pohyb dier možno vnímať ako opačný k pohybu elektrónov (vyznačené prerušovanou šípkou). Je potrebné si uvedomiť, že diera nie je v skutočnosti časticou s kladným nábojom ale iba narušenie väzby s uprázdneným miestom po elektróne, ktoré môže zaujať iný voľný elektrón. Pri tom ako sú elektróny vytrhávané z kovalentnej väzby a pohybujú sa smerom ku kladnému pólu, zdá sa akoby narušenia väzby (diery) smerovali k zápornému pólu.

Pri teplote vyššej ako absolútna nula sa elektrón pohybuje kryštálom kremíka náhodne pričom získava tepelnú energiu kmitajúcej kryštálovej mriežky (štruktúra, ktorú vytvárajú atómy kryštálu), ktorá sa môže meniť na kinetickú energiu. Vďaka tomu sa elektrón pohybuje určitou, tzv. **tepelnou rýchlosťou**, ktorá je rádovo 10^5 m.s^{-1} . Elektrón sa však nepohybuje priamočiario pretože pri svojom pohybe neustále naráža do iných kmitajúcich atómov mriežky alebo atómov nečistôt (Obr. 5.5 vľavo). Po pripojení kryštálu kremíka k zdroju napätia sa začnú pohybovať elektróny v jednom smere tzv. **driftovou (unášavou) rýchlosťou** (Obr. 5.5 vpravo). Pohyb tepelnou rýchlosťou však neustáva a je superponovaný na pomalý pohyb driftovou rýchlosťou.



Obr. 5.4 Pohyb dier a elektrónov po pripojení polovodiča k zdroju napätia



Obr. 5.5 Tepelný pohyb elektrónu (vľavo) a superpozícia tepelného pohybu na drift elektrónu v elektrickom poli

 Rozdiel medzi obvyklými hodnotami tepelnej rýchlosti a driftovej rýchlosti nosičov náboja v elektrickom poli je mnoho rádov (tepelné rýchlosti majú rádovo hodnoty 10^5 m.s^{-1} a driftové rádovo 10^{-5} m.s^{-1} (pozri tiež príklad 1.12). Je prirodzené zamyslieť sa nad tým ako je možné, že pri takých malých driftových rýchlostiach sú prejavy elektrického poľa takmer okamžité (napr. čas, ktorý ubehne medzi zapnutím vypínača a zasvetením je veľmi malý). Zaujímavé vysvetlenie je uvedené v [12] prostredníctvom záhradnej hadice – ak je hadica prázdna a jej dĺžka je povedzme 30 m, bude trvať niekoľko sekúnd kým sa dostane voda z čerpadla až k tryske na konci hadice. Ak je však hadica plná vody, začne striekať z trysky takmer okamžite. Materiál používaný vo vodičoch (napr. meď alebo hliník) obsahuje veľké množstvo voľných nosičov náboja v celom objeme, a preto po pripojení k zdroju napätia a vytvorení elektrického poľa, ktoré ich usmerňuje sú ich účinky takmer okamžité.

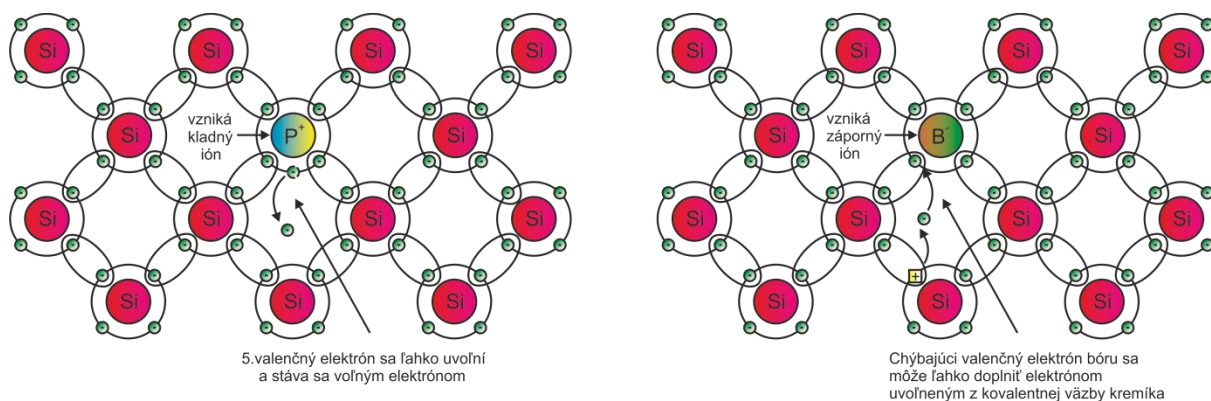
5.1.2 Nevlastná vodivosť polovodičov. Polovodič typu N a typu P

V predošlej podkapitole sme si uviedli, že kremík má za normálnych okolností pri izbovej teplote veľmi nízku vodivosť pretože počet narušených väzieb pri ktorých sa uvoľní voľný elektrón je veľmi malý. Hlavný význam polovodičových materiálov pri ich využití v konštruovaní elektronických súčiastok súvisí s ovplyvňovaním ich vodivosti (ako aj ich teplotnej závislosti) žiaducim spôsobom. To sa dosahuje umelým zavedením určitých typov nečistôt (prímesí) do štruktúry polovodičového materiálu. Tento proces sa nazýva **dotovanie**.

Pre dotovanie kremíka sú vhodné prvky, ktoré majú o jeden valenčný elektrón viac alebo menej a teda patria do III. alebo V. skupiny v periodickej tabuľke. Pridaním prímiesi do vlastného polovodiča vzniká **nevlastný polovodič**, nazývaný tiež extrinsický. Vhodnými materiálmi z piatej skupiny sú napr. *fosfor (P)*, *arzén (As)* a *antimón (Sb)* a z tretej skupiny *bór (B)*, *hliník (Al)*, *gálium (Ga)* a *indium (In)*.

Ak pridáme do polovodičového materiálu prímies v podobe päťmocného prvku (napr. fosforu) budú štyri valenčné elektróny viazané v kovalentnej väzbe (Obr. 5.6 vľavo) pričom piaty valenčný elektrón nebude viazaný na žiaden atóm v okolí. Na uvoľnenie tohto elektrónu z atómu fosforu stačí podstatne nižšia energia ako na uvoľnenie valenčného elektrónu z kovalentnej väzby. Preto už i pri izbovej teplote bude obsahovať takto dotovaný polovodič značne vyšší počet voľných nosičov náboja (elektrónov). Atómy prvkov s vyšším počtom valenčných elektrónov sa preto nazývajú **donory** (od slova „darovať“). Po uvoľnení piateho valenčného elektrónu sa z atómu fosforu stáva nepohyblivý **kladný ión** – jeho počet protónov v jadre je o jeden vyšší ako počet elektrónov v obale. Keďže v takto dotovanom polovodiči koncentrácia elektrónov výrazne prevyšuje koncentráciu dier, označujeme tento ho ako **polovodič typu N** (negatívne vodivý). Väčšinové nosiče náboja potom nazývame **majoritné** (tu elektróny) a menšinové nazývame **minoritné** (tu diery).

Ak pridáme do polovodičového prvku prímies v podobe trojmocného prvku (napr. bóru), budú tri valenčné elektróny súčasťou kovalentnej väzby a jedno miesto ostane prázdne (diera). Toto miesto môže zaujať elektrón z kovalentnej väzby iného atómu, pričom po jeho presune opäť vzniká diera. Takto dotovaný polovodič teda obsahuje vysoký počet voľných nosičov náboja (diery). Atómy prvkov s nižším počtom valenčných elektrónov sa preto nazývajú **akceptory** (od slova „prijat“). Po prijatí elektrónu sa z atómu bóru stáva nepohyblivý **záporný ión** – jeho počet protónov v jadre je o jeden nižší ako počet elektrónov v obale. Keďže v takto dotovanom polovodiči koncentrácia dier výrazne prevyšuje koncentráciu elektrónov, označujeme tento ho ako **polovodič typu P** (pozitívne vodivý). Majoritnými nosičmi náboja sú v polovodiči typu P diery a minoritnými sú elektróny.

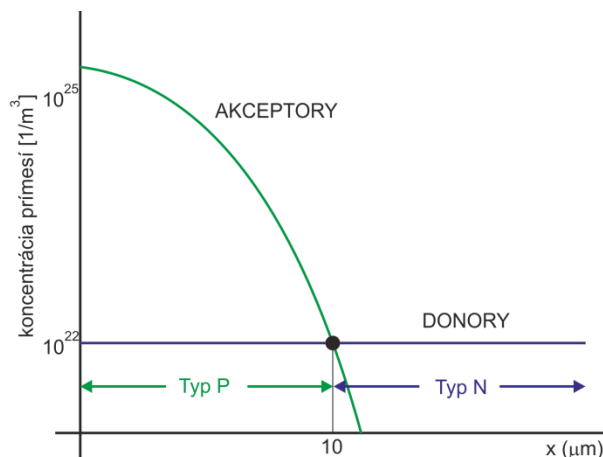


Obr. 5.6 Dotovanie kremíka atómom päťmocného prvku (fosfor) pre získanie polovodiča typu N (vľavo) a dotovanie kremíka atómom trojmocného prvku (bór) pre získanie polovodiča typu P

5.1.3 PN priechod

PN priechod vzniká pri spojení polovodiča typu P a polovodiča typu N. Takýto priechod má veľký význam pri konštrukcii elektronických prvkov a pre jeho správnu funkciu je nutné ho realizovať takým spôsobom aby bol priechod medzi oboma typmi polovodičov plynulý. Zabezpečiť požadovanú plynulosť priechodu je možné napr. umiestnením malého množstva

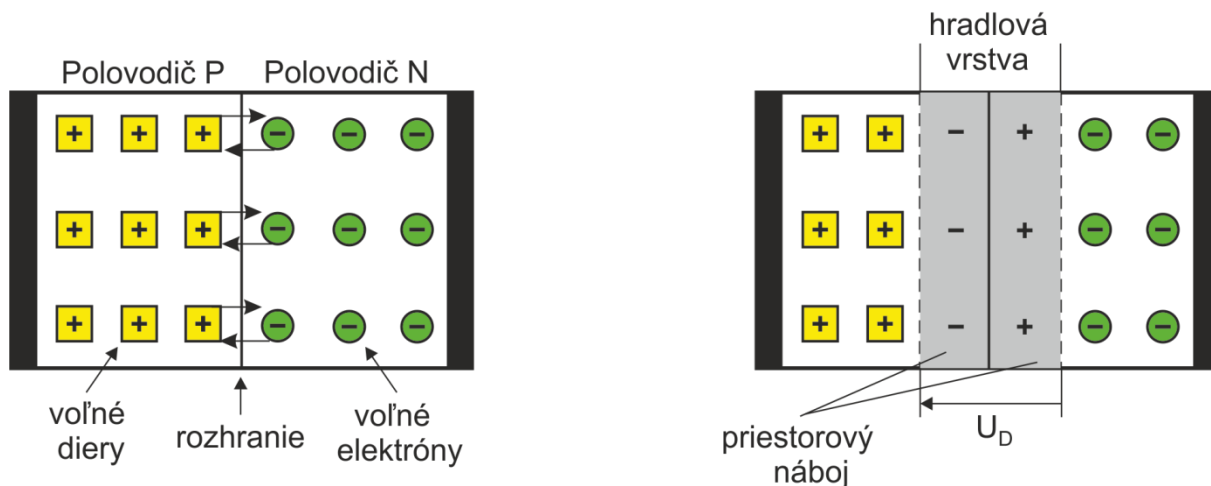
india na kúsok kremíka typu N a jeho zahriatím v peci na teplotu asi 600 °C. Pri tejto teplote začnú atómy india zaplavovať kremík, čím vznikne v oblasti okolo umiestnenia india zóna s podstatne vyššou koncentráciou dier ako elektrónov. Tým dochádza k predotovaniu kremíka z pôvodného typu N (s vyššou koncentráciou elektrónov) na kremík typu P (s vyššou koncentráciou dier). Na Obr. 5.7 je znázornené vytvorenie PN priechodu pomocou predotovania kremíkovej doštičky typu N na typ P.



Obr. 5.7 Predotovanie doštičky kremíku typu N trojmocným prvkom pre vytvorenie PN priechodu. Vo vyznačenom bode je vytvorený metalurgický priechod.

Bez priloženého napätia dochádza na rozhraní oboch typov polovodičov k samovoľnému priechodu nosičov náboja v smere z oblasti vyššej koncentrácie do oblasti nižšej koncentrácie – tento jav sa nazýva **difúzia**. V tomto zmysle dochádza k priechodu *dier* z oblasti P (vyššia koncentrácie) do oblasti N (nižšia koncentrácia) a k priechodu *elektrónov* z oblasti N (vyššia koncentrácia) do oblasti P (nižšia koncentrácia). Diery, ktoré prejdú z oblasti P do oblasti N nachádzajú dostatok voľných elektrónov a rovnako elektróny, ktoré prejdú z oblasti N do oblasti P nachádzajú dostatok voľných dier čím dochádza k rekombinácii. Z tohto dôvodu sa vytvára oblasť, ktorá obsahuje podstatne menej voľných nosičov náboja ako ktorákoľvek z oblastí (N alebo P) a má teda omnoho menšiu vodivosť. Táto oblasť sa nazýva tiež **hradlová vrstva** a jej šírka býva v rozsahu 1-5 μm. Zároveň po odchode voľných elektrónov z oblasti N po nich ostávajú kladné ióny vytvárajúce **kladný priestorový náboj** a po odchode voľných dier z oblasti P záporné ióny vytvárajúce **záporný priestorový náboj** (Obr. 5.8 vpravo). Tieto ióny sú nepohyblivé, a preto sa vytvorená nábojová dvojvrstva chová ako dielektrikum s vysokou hodnotou intenzity elektrického poľa. Toto elektrické pole odsáva minoritné nosiče náboja z oboch oblastí (tzv. **drift**) – elektróny z oblasti P sú priťahované kladným priestorovým nábojom v hradlovej vrstve zatiaľ čo diery z oblasti N sú priťahované záporným priestorovým nábojom. V PN priechode teda dochádza k dvom procesom prebiehajúcich v opačnom smere – k difúzii a k driftu voľných nosičov náboja. Ak sa prúdová hustota elektrónov spôsobená difúziou a driftom vyrovnajú a to isté nastane aj pre diery, bude PN priechod v *rovnováhe* a nebude ním pretekať prúd. V rovnováhe je na hradlovej vrstve vytvorené **difúzne napätie** (U_D), ktoré predstavuje energetickú bariéru voči ďalšiemu prenikaniu voľných nosičov náboja vplyvom difúzie (teda procesu prebiehajúceho pri nerovnakých koncentráciách). Jeho veľkosť závisí na type polovodičového materiálu a pre konkrétny materiál zase od teploty a koncentrácie prímiesi:

$$\begin{aligned} \text{germánium: } U_D &= 0,2 \text{ až } 0,4 \text{ V} \\ \text{kremík: } U_D &= 0,5 \text{ až } 0,8 \text{ V} \end{aligned}$$



Obr. 5.8 Znáznornenie procesu difúzie majoritných nosičov do príslušných oblastí s nižšou koncentráciou (vľavo) a vytvorenie hradlovej vrstvy s priestorovým nábojom a difúzneho napätia U_D

5.1.4 PN priechod po pripojení napätia

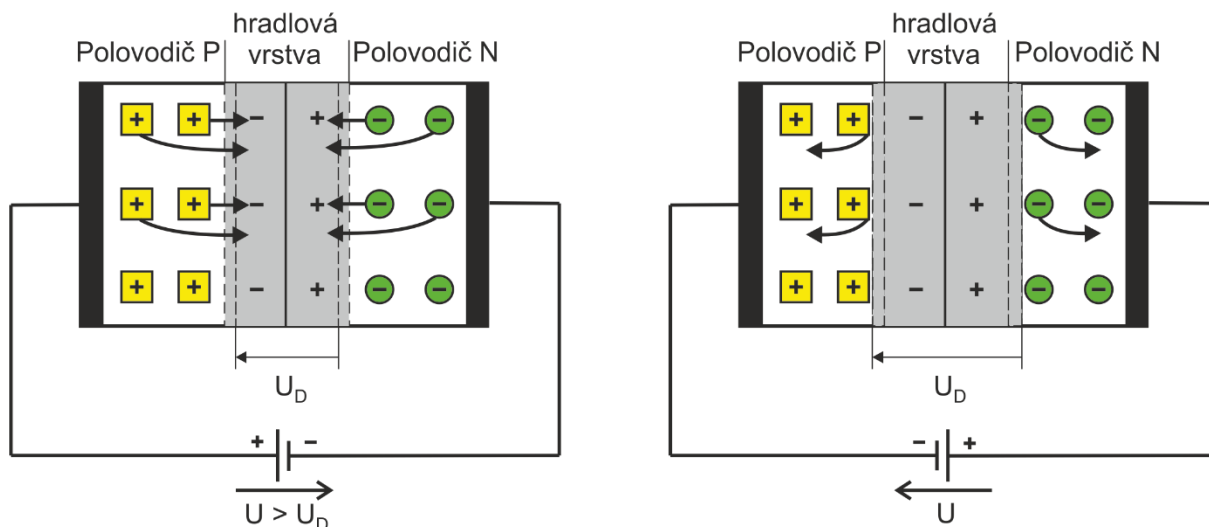
Priepustný smer

Ak ku PN priechodu pridáme kontakty a pripojíme ho k zdroju napätia tak, že časť s polovodičom typu P pripojíme ku kladnému pólu zdroja a časť s polovodičom typu N k zápornému pólu zdroja, budú smerovať elektróny v polovodiči N a diery v polovodiči P smerom k hradlovej vrstve (Obr. 5.9 vľavo). Keďže hradlová vrstva má veľký odpor práve kvôli absencii voľných nosičov náboja, jej šírka sa v tomto prípade zmenší a jej odpor zníži. Ak je napätie vonkajšieho zdroja dostatočne veľké, hradlová vrstva sa prakticky úplne odstráni a PN priechodom bude pretekať veľký prúd vyvolaný vonkajším zdrojom. Zdroj pripojený týmto spôsobom vyvolá zníženie energetickej bariéry predstavovanej difúznym napätím priestorového náboja čo umožní tok nosičov náboja do príslušných oblastí vplyvom *difúzie* aj *driftu*. Po pripojení vonkajšieho napätia však majú drift aj difúzia nosičov náboja rovnaký smer. Takto zapojený PN priechod je zapojený v tzv. **priepustnom smere**. Prúd bude PN priechodom pretekať až v prípade, že je vonkajšie napätie *väčšie* ako difúzne napätie – čo pre kremík znamená napätie 0,5 až 0,8 V.

Záverný smer

Po pripojení PN priechodu s polovodičom P k zápornému pólu zdroja a polovodičom N ku kladnému pólu dochádza k pohybu dier v polovodiči P a elektrónov v polovodiči N smerom ku kontaktom (od hradlovej vrstvy) čím dochádza k ďalšiemu ochudobneniu oblastí o voľné nosiče náboja a teda aj rozšírenie hradlovej vrstvy voči prípadu PN priechodu bez vonkajšieho napätia. Smer difúzneho napätia je zhodný so smerom napätia vonkajšieho zdroja. Takto pripojený zdroj spôsobuje zväčšenie energetickej bariéry predstavovanej difúznym napätím, ktorá zabraňuje toku majoritných nosičov náboja z príslušných oblastí. Na druhú stranu, pre minoritné nosiče náboje (elektróny v polovodiči P a diery v polovodiči N) pôsobí toto zapojenie zdroja ako zapojenie v priepustnom smere čím dochádza k ich presunu PN priechodom. Ich koncentrácie sú však také nízke, že hodnota takéhoto prúdu je veľmi malá. Takto zapojený PN priechod je zapojený v tzv. **závernom smere**. Malý prúd tvorený tokom

minoritných nosičov náboja sa nazýva **prúd v závernom smere** (nazývaný tiež *saturačný prúd*).



Obr. 5.9 Zapojenie PN priechodu v priepustnom smere (vľavo) – polovodič typu P je pripojený ku kladnému pólu zdroja a polovodič typu N je pripojený k zápornému pólu zdroja a zapojenie v závernom smere (vpravo) – polovodič typu P je pripojený k zápornému pólu zdroja a polovodič typu N je pripojený ku kladnému pólu zdroja

Tento prúd má hodnoty:

$$\begin{aligned} \text{germánium: } I_R &= 10 \text{ až } 500 \mu\text{A} \\ \text{kremík: } I_R &= 5 \text{ až } 500 \text{ nA} \end{aligned}$$

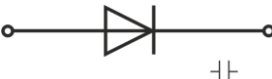
Záverné napätie z vonkajšieho zdroja nemôže byť ľubovoľne veľké pretože od istej hodnoty bude elektrické pole na valenčné elektróny pôsobiť silnejšie ako Coulombovské sily, ktoré ich viažu k jadrú a dôjde k prietoku veľmi veľkého prúdu, ktorý môže zničiť PN priechod.

V závernom smere sa využíva ešte jedna zaujímavá vlastnosť PN priechodu – ako bolo uvedené vyššie, priestorový náboj v hradlovej vrstve tvorí vlastne dielektrikum s relatívne malou kapacitou a funguje teda ako kondenzátor. S rastúcim záverným napätím šírka hradlovej vrstvy rastie čo odpovedá rastúcej vzdialenosti dosiek kondenzátora a v dôsledku toho menšej kapacity hradlovej vrstvy. Uvedený jav sa využíva v **kapacitných diódach**.

5.2 Diódy

Diódy sú elektronické súčiastky, ktoré majú dva vývody (odtiaľ názov „di-“, (dva) a skratka elektródy) a vedú elektrický prúd iba v jednom smere (v závislosti od polarizácie priloženého napätia). Tento efekt sa v diódach dosahuje využitím energetickej bariéry na rozhraní dvoch oblastí s odlišnými vlastnosťami, ktorú je možné vhodne znížovať pomocou vonkajšieho napätia. Najpoužívanejším typom rozhrania je PN priechod a priechod kov-polovodič.

Tab. 5.1 Značky a použitie niektorých typov diód

Typ diódy	Schematická značka	Použitie
Usmerňovacia dióda		Pre usmernenie striedavých veličín a pre ochranu súčiastok pri spínaní indukívnej záťaže
Zenerova dióda		Ako zdroj referenčného napätia v stabilizátoroch
Kapacitná dióda (varikap, varaktor)		V napätiach riadených oscilátoroch, zosilňovačoch a násobičoch frekvencie
Schottkyho dióda		Usmerňovacie aplikácie v spínaných zdrojoch
Tunelová dióda		V oscilátoroch a zosilňovačoch pre veľmi vysoké frekvencie (až do 10 GHz)
Svetelná dióda		Ako indikátory a v segmentových zobrazovačoch

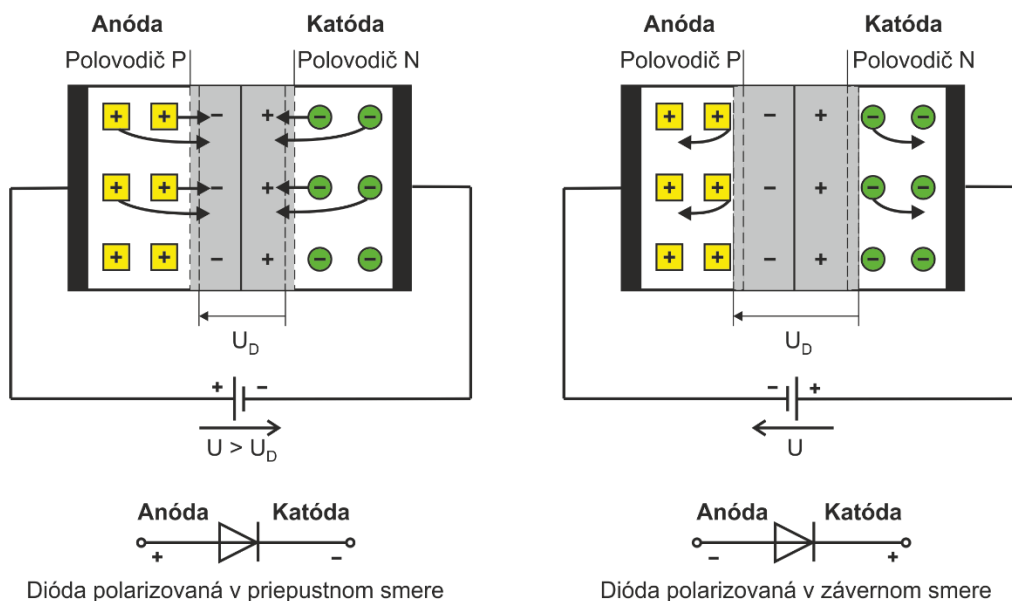


Obr. 5.10 Niektoré typy diód (vpravo hore so štyrmi vývodmi je usmerňovací mostík)[28]

5.2.1 Usmerňovacie a spínacie diódy

Usmerňovacie a spínacie diódy predstavujú zrejme najjednoduchšie využitie fyzikálnych vlastností PN priechodu. Ako bolo uvedené vyššie diódy ako elektronické súčiastky majú dve elektródy pričom *kladná elektróda* – **anóda** – je pripojená k polovodiču typu P a *záporná*

elektroda – **katóda** – je pripojená k polovodiču typu N (Obr. 5.11). Ak pripojíme kladnú svorku zdroja napätia k anóde a zápornú svorku ku katóde (Obr. 5.11 vľavo), hovoríme, že dióda je **polarizovaná v priepustnom smere** a potečie ňou prúd (pre vysvetlenie pozri kapitolu 5.1.4). Ak pripojíme k anóde zápornú svorku zdroja a ku katóde kladnú svorku (Obr. 5.11 vpravo), hovoríme, že dióda je **polarizovaná v závernom smere**, diódou nebude tiecť prúd. Všimnime si, že pozícia príslušnej elektródy je na schematickej značke jednoznačná – šípka tvoriaca značku diódy je pre priepustný smer orientovaná rovnako ako smer dohodnutého kladného prúdu (od kladnej svorky k zápornej). Rovnako zvislá čiara na konci šípky spolu so stranami trojuholníka tvoria akoby obrátené písmeno K, čo môžeme stotožniť s pozíciou katódy (zápornej elektródy).

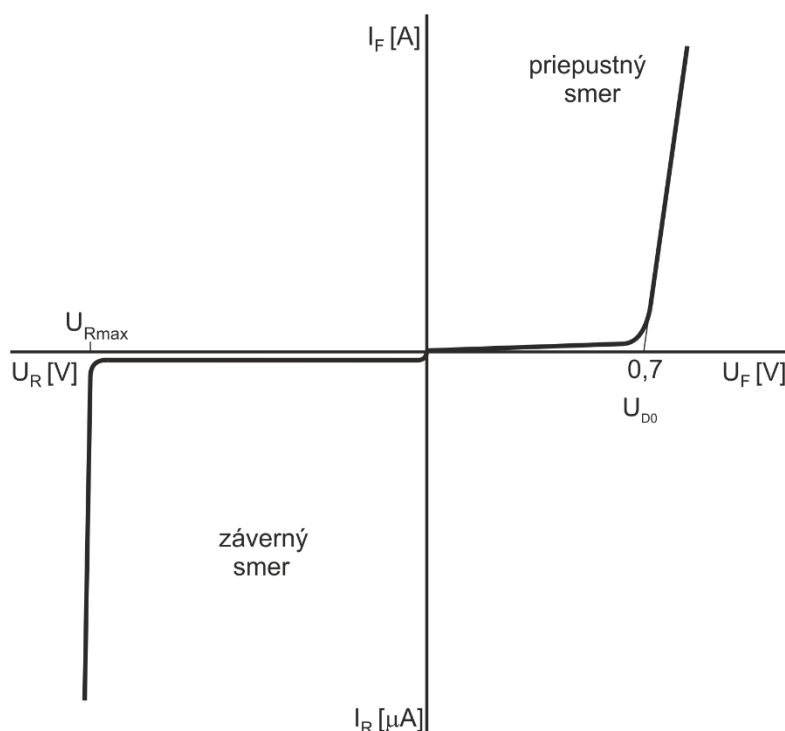


Obr. 5.11 Polarizácia diódy v priepustnom (vľavo) a závernom smere (vpravo)

Chovanie diódy pri rôznych hodnotách napätia a jeho polarite je možné sledovať z jej voltampérovej charakteristiky. Typická voltampérová charakteristika kremíkovej diódy je uvedená na Obr. 5.12 (charakteristiky germániových diód sa od kremíkových výrazne líšia). Napätie a prúd pre priepustný smer sú označené pomocou indexu F (z anglického slova pre polarizáciu v priepustnom smere – „Forward bias“) – U_F a I_F . Napätie a prúd v závernom smere sú označené pomocou indexu R (z anglického slova pre polarizáciu v závernom smere – „Reverse bias“). Vidíme, že prúd v priepustnom smere začína pretekať až od prekročenia *prahového napätia* označeného U_{D0} – vieme, že diódou potečie prúd vtedy keď hodnota vonkajšieho napätia prekoná hodnotu difúzneho napätia, čo je v tomto prípade 0,7 V.

Pri polarizovaní kremíkovej diódy v závernom smere je po prekročení hodnoty napätia U_{Rmax} (maximálna hodnota záverného napätia – nazývané tiež *prierazné napätie*) viditeľný prudký nárast prúdu v závernom smere. Hodnoty U_{Rmax} sa u kremíkových a germániových diód líšia:

$$\begin{aligned} \text{germánium: } U_{Rmax} &= 40 \text{ až } 100 \text{ V} \\ \text{kremík: } U_{Rmax} &= 80 \text{ až } 1500 \text{ V} \end{aligned}$$



Obr. 5.12 Voltampérová charakteristika kremíkovej diódy

5.2.2 Charakteristické hodnoty diód

Voltampérová charakteristika diód je len jedna z foriem vyjadrenia ich vlastností. V katalógových listoch výrobcovia udávajú charakteristické hodnoty diód, ktoré sa delia na: **medzné hodnoty a charakteristické parametre**.

Medzné hodnoty sú hraničné hodnoty súčiastok, ktoré s ohľadom na ich funkčnosť nesmú byť prekročené. Pri činnosti diódy (ale aj iných elektronických súčiastok) sa musí zamedziť prekročeniu medznej hodnoty ktoréhokoľvek parametra, aj keby ostatné medzné hodnoty prekročené neboli.

Charakteristické parametre určujú chovanie v určitom pracovnom bode. Tieto parametre sa delia na *statické* a *dynamické*, pričom statické charakterizujú pomery pri prietoku jednosmerného prúdu a dynamické pri prietoku striedavého prúdu alebo v impulznom režime.

Medzné hodnoty U_R a I_F

V katalógových listoch nájdeme najčastejšie nasledujúce medzné hodnoty diód:

- U_R – maximálne napätie v závernom smere
- U_{RM} – maximálne prípustné vrcholové napätie v závernom smere; ide o vrcholovú hodnotu striedavého napätia v závernom smere pri pracovnej frekvencii vyššej ako 20 Hz
- I_F – maximálna prípustná hodnota prúdu v priepustnom smere (buď hodnota jednosmerného prúdu alebo efektívna hodnota striedavého prúdu)
- I_0 – maximálna stredná hodnota striedavého prúdu (stredná hodnota usmerneného prúdu)
- I_{FM} – najvyšší prípustný opakujúci sa špičkový prúd v priepustnom smere; ide o vrcholovú hodnotu striedavého prúdu v priepustnom smere pri pracovnej frekvencii vyššej ako 20 Hz
- I_{FS} – najvyšší prúd, ktorý môže diódou tiecť po dobu nanajvýš 1 sekundy; pokiaľ by sa hodnota opakovala, dôjde k poškodeniu diódy

Medzná hodnota celkového stratového výkonu P_{tot}

Pri činnosti diódy v priepustnom smere ňou preteká prúd I_F a je na nej napätie U_F . Súčinom týchto dvoch hodnôt dostávame *stratový výkon diódy* P_D . Pre stratový výkon diódy sa udáva medzná hodnota nazývaná *celkový dovolený stratový výkon* P_{tot} , ktorá sa udáva pri určitej teplote. Stratový výkon diódy spôsobuje zohriatie kryštálu polovodiča a nesmie byť prekročený, preto platí:

$$P_D \leq P_{tot}$$

Stratový výkon samozrejme platí aj pre záverný smer avšak pri veľmi malých hodnotách saturačného prúdu sú aj hodnoty stratového výkonu zanedbateľne malé.

Medzná teplota hradlovej vrstvy T_{jmax}

Ako bolo uvedené vyššie stratový výkon spôsobuje zohriatie kryštálu, ktorý sa prejavuje tiež zvýšením teploty hradlovej vrstvy pričom jej hodnota nesmie prekročiť medznú teplotu označovanú T_{jmax} . Medzná teplota má pre najpoužívanejšie polovodičové materiály nasledujúce hodnoty:

$$\begin{aligned} \text{germánium: } T_{jmax} &= 70 \text{ až } 90 \text{ }^\circ\text{C} \\ \text{kremík: } T_{jmax} &= 150 \text{ až } 200 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Niekedy sa namiesto medznej teploty hradlovej vrstvy udáva medzná teplota okolia ϑ_{amax} , ktorej hodnota je potom nižšia ako medzná teplota hradlovej vrstvy.

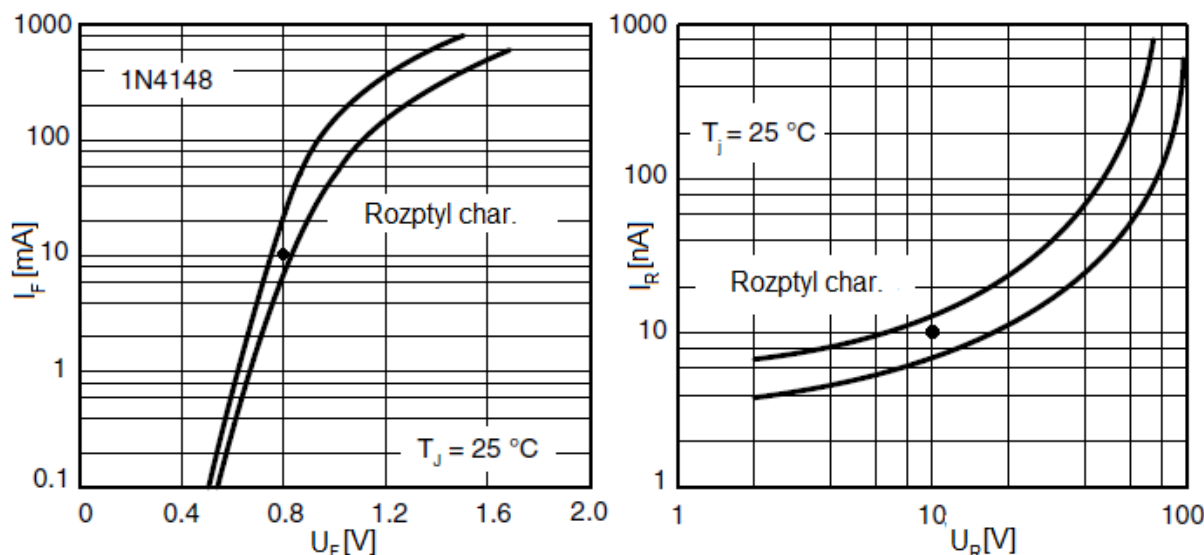
Statický odpor v priepustnom smere R_F a závernom smere R_R

Na Obr. 5.13 vľavo je uvedená charakteristika rýchlej spínacej diódy 1N4148 v priepustnom smere z jej katalógového listu. Tvar charakteristiky sa líši od typickej charakteristiky na Obr. 5.12 z dôvodu použitia logaritmickej mierky pre hodnoty prúdu na osi y (napätie ostáva v lineárnej mierke). Charakteristika je udaná pre teplotu hradlovej vrstvy $T_j = 25 \text{ }^\circ\text{C}$. Obe charakteristiky na obrázku tvoria ohraničenie súvážením možného rozptylu hodnôt skutočných diód. Statický odpor v priepustnom smere R_F je definovaný ako podiel napätia v priepustnom smere a prúdu v priepustnom smere v niektorom pracovnom bode. Na Obr. 5.13 je vyznačený bod nachádzajúci sa medzi hraničnými charakteristikami. Pre R_F dostávame:

$$R_F = \frac{U_F}{I_F} = \frac{0,8\text{V}}{0,01\text{A}} = 80\Omega$$

Charakteristika je evidentne nelineárna, a preto by sme v inom pracovnom bode dostali inú hodnotu R_F .

Na Obr. 5.13 vpravo je uvedená charakteristika tej istej diódy v závernom smere. V tomto prípade sú na oboch osiach použité logaritmické mierky. Statický odpor v závernom smere definujeme ako podiel napätia v závernom smere a prúdu v závernom smere v niektorom pracovnom bode. Na obrázku je vyznačený bod v ktorom pre R_R platí:



Obr. 5.13 Charakteristika rýchlej spínacej diódy 1N4148 v priepustnom (vľavo) a závernom smere (vpravo)

$$R_F = \frac{U_R}{I_R} = \frac{10\text{V}}{10 \cdot 10^{-9}\text{A}} = 1\text{G}\Omega$$

Dynamický odpor v priepustnom smere r_F

Dynamický odpor sa definuje ako pomer zmien napätia v priepustnom smere v určitom rozsahu k zmenám prúdu v priepustnom smere v určitom rozsahu. Ak uvažujeme podľa Obr. 5.13 vpravo $\Delta U_F = 0,8\text{ V} - 0,65\text{ V} = 0,15\text{ V}$ a $\Delta I_F = 10\text{ mA} - 1\text{ mA} = 9\text{ mA}$, dostávame pre r_F :

$$r_F = \frac{\Delta U_F}{\Delta I_F} = \frac{0,15\text{V}}{9 \cdot 10^{-3}\text{A}} = 16,67\Omega$$

Interpretáciu dynamického odporu si môžeme predstaviť tak, že v určitom pracovnom bode (napr. $U_F = 0,8\text{ V}$ a $I_F = 10\text{ mA}$) dochádza vplyvom zmien napätia U_F v určitom rozsahu k zmenám prúdu I_F v určitom rozsahu určenom práve r_F .

Doba zotavenia t_{rr}

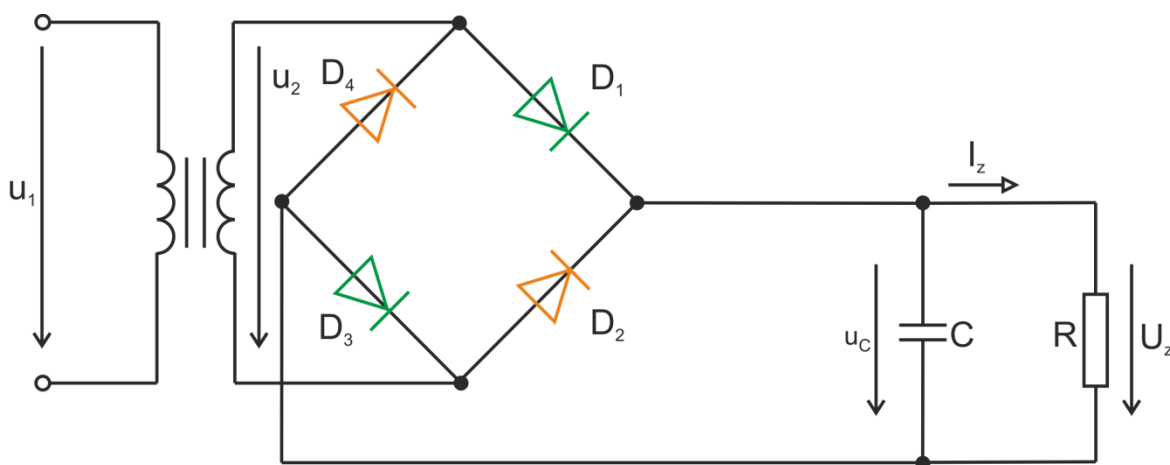
Ak je dióda polarizovaná v priepustnom smere šírka hradlovej vrstvy je minimálna a PN priechod obsahuje veľké množstvo voľných nosičov náboja. Ak rýchlo zmeníme polaritu na dióde (prejdeme z priepustného do záverného smeru), bude trvať určitý čas kým budú z PN priechodu odstránené voľné nosiče náboja a dióda prestane viesť elektrický prúd. Tento čas sa nazýva *doba zotavenia* t_{rr} a v katalógových listoch sa udáva za určitých podmienok. Hodnoty sú v rozsahu rádovo mikrosekúnd pre štandardné diódy používané pri sieťových frekvenciách až po desatiny nanosekúnd pre rýchle spínacie diódy.

5.2.3 Mostíkový usmerňovač

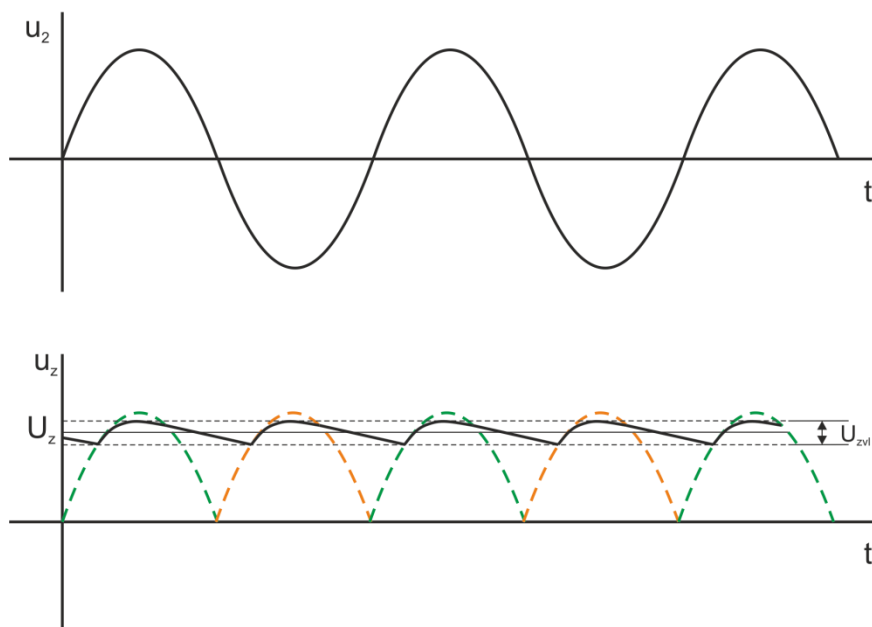
Veľká väčšina elektronických zariadení potrebuje pre svoju činnosť napájanie z jednosmerného zdroja. Keďže z hľadiska hospodárnosti je najefektívnejšie využitie elektrickej siete, je potrebné zabezpečiť transformáciu striedavého napätia v sieti smerom

nadol a tiež jeho usmernenie (zo striedavého napätia získať jednosmerné). Usmernenie striedavého napätia sa realizuje pomocou **usmerňovačov**, v ktorých sa s výhodou využívajú polovodičové diódy pretože majú malý odpor v priepustnom smere a ponúkajú vysokú výkonovú zaťažiteľnosť.

Základom usmernenia je využitie priepustnosti diód iba v jednom smere vďaka čomu je možné zo striedavého napätia získať *pulzujúce*, ktoré obsahuje len kladné (alebo záporné – podľa zapojenia diódy) polvlny. Keďže takýto pulzujúci priebeh napätia je z praktického hľadiska nevýhodný, umiestňuje sa paralelne k záťaži kondenzátor, ktorý sa počas doby priepustnej polarizácie diódy nabíja a počas doby závernej polarizácie vybíja čím vyhladzuje priebeh pulzujúceho napätia. Usmerňovače môžeme podľa toho či vedú pri jednej alebo oboch polvlnách rozdeliť na **jednocestné** a **dvojcestné**. Kvôli lepším parametrom sa najčastejšie využívajú *dvojcestné usmerňovače v mostíkovom zapojení*.



Obr. 5.14 Mostíkový usmerňovač s vyhladzovacím kondenzátorom



Obr. 5.15 Priebeh napätia na záťaži pri použití mostíkového usmerňovača

Na Obr. 5.14 je uvedený mostíkový usmerňovač s vyhladzovacím kondenzátorom. Striedavé napätie u_1 je transformátorom transformované smerom nadol na napätie u_2 . Priebeh tohto napätia je vyznačený na Obr. 5.15 hore. Napätie u_2 je privedené k diódovému usmerňovaču,

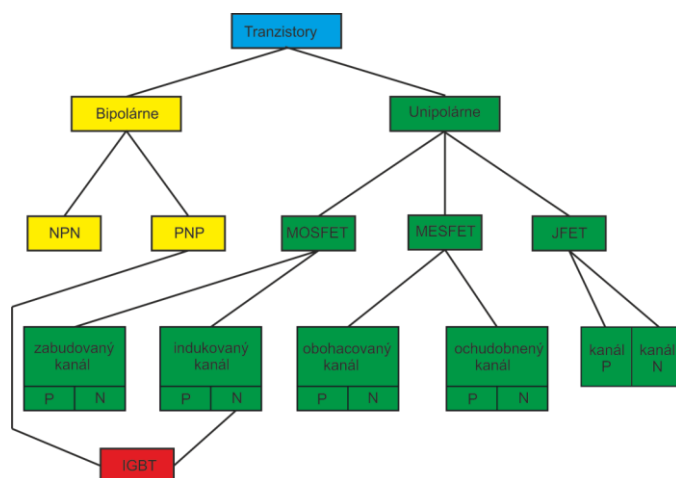
v ktorom sú pri kladnej polvlne diódy D_1 a D_3 (zelená farba) polarizované priepustne a diódy D_2 a D_4 (oranžová farba) polarizované záverne. V zápornej polvlne napätia je situácia opačná a vedú diódy D_2 a D_4 pričom diódy D_1 a D_3 sú zatvorené. Pokiaľ by v obvode nebol vyhladzovací kondenzátor, napätie by na záťaži u_2 by malo priebeh vyznačený čiarkovane na Obr. 5.15 dole. Ak je však pripojený kondenzátor s dostatočne veľkou kapacitou vzhľadom na veľkosť odoberaného prúdu, budú diódy viesť len vtedy keď bude napätie na anóde o približne 0,7 V (otváracie napätie diódy) kladnejšie ako na katóde (teda kondenzátore). Od uzavretia diód sa začína kondenzátor vybíjať do záťaže až do momentu kedy sa v časti kladnej (alebo zápornej) polvlny opäť diódy otvoria. Priebeh napätia na záťaži je na Obr. 5.15 vyznačený hrubou čiernou čiarou, pričom jeho stredná hodnota (jednosmerné napätie) je označená U_z . Vidíme, že výstupné napätie v skutočnosti obsahuje určité zvlnenie, ktorého rozsah je označený U_{zvl} .

5.3 Tranzistory

Tranzistory sú elektronické súčiastky obvykle s troma elektródami umožňujúce zosilňovanie napätia alebo prúdu alebo oboch súčasne (teda výkonu). Používajú sa tiež v úlohe spínačov vo výkonových alebo logických aplikáciách.

V súčasnosti je dispozícii niekoľko principiálne odlišných typov tranzistorov, ktoré je možné zhruba rozdeliť podľa princípu činnosti na *bipolárne*, *unipolárne* a *kombinované*. Bipolárne tranzistory využívajú pri svojej činnosti oba typy voľných nosičov náboja (elektróny aj diery), zatiaľ čo v unipolárnych sa využíva len jeden typ – elektróny (typ N) alebo diery (typ P). Základná klasifikácia tranzistorov je uvedená na Obr. 5.16.

 Tranzistor objavili John Bardeen, Walter Brattain a William Shockley v laboratóriách A. G. Bella (Bell Labs) firmy AT&T v r. 1947. Objav uskutočnili pri pozorovaní kryštálu germánia ku ktorému pripojili dve zlaté elektródy a zistili, že výkon signálu na výstupe je väčší ako výkon signálu na vstupe. Samotný názov „tranzistor“ zaviedol John R. Price ako skratku slova „transresistance“. Bardeenovi, Brattainovi a Shockleymu bola v r. 1956 udelená Nobelova cena za fyziku „za ich výskum v oblasti polovodičov a ich objav tranzistorového javu“.

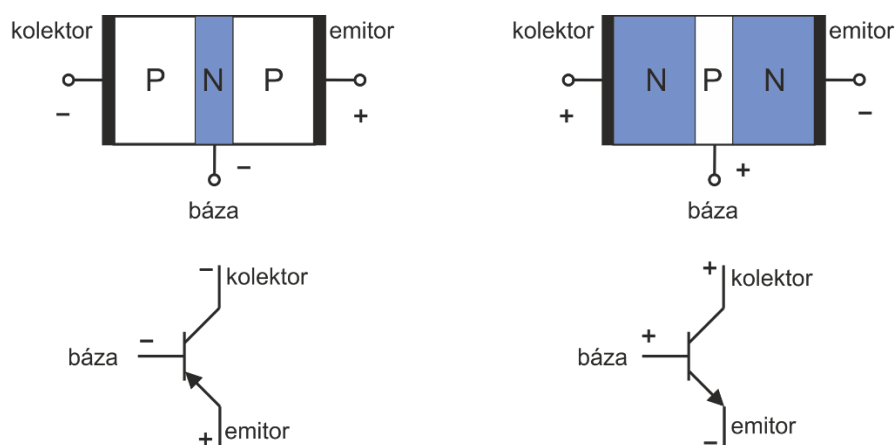


Obr. 5.16 Rozdelenie tranzistorov

5.3.1 Bipolárne tranzistory

Bipolárne tranzistory sú elektronické súčiastky tvorené troma vrstvami s rôznou úrovňou dotovania. Svojim prepojením tvoria dva PN priechody (Obr. 5.17). Každá z týchto vrstiev má vyvedený vývod, ktoré nazývame: **kolektor**, **báza** a **emitor**. V normálnom režime musí byť PN priechod tvorený *bázou a emitorom* polarizovaný priepustne a PN priechod tvorený *bázou a kolektorom* polarizovaný záverne. Úlohou emitora je potom „emitovať“ (teda vysielat') elektróny, ktoré sú „zachytávané“ kolektorom. To, aké množstvo ich ku kolektoru prejde (predstavované *kolektorovým prúdom*, ktorý je hlavným prúdom) je potom riadené *bázovým prúdom* (má malú hodnotu a predstavuje riadiaci prúd). Pomer zmeny kolektorového prúdu ΔI_C k zmene bázového prúdu ΔI_B pri zapojení kolektora nakrátko sa nazýva **prúdový zosilňovací činiteľ** β :

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \quad (\text{pri } \Delta U_{CE} = 0) \quad (5.1)$$



Obr. 5.17 Znázornenie bipolárneho tranzistora pomocou vrstiev tvoriacich dva PN priechody (hore) a značky PNP a NPN tranzistora (dole)

Z hľadiska konštrukcie môžeme tranzistory rozdeliť na *tranzistory nízkeho výkonu* a *výkonové tranzistory*. Prvé z nich sa obvykle používajú pre zosilňovanie malých striedavých signálov pri ktorom pracujú v pracovnom rozsahu (bez saturácie) charakteristík podľa nastaveného pokojového pracovného bodu. Ak sa tranzistory používajú ako spínače, musia mať čo najväčší odpor v uzavretom stave a čo najmenší odpor v otvorenom stave a využíva sa celý rozsah charakteristík. Výkonové tranzistory sú konštruované na veľké hodnoty napätí a prúdov, ktoré sa využívajú ako vo funkcii zosilňovačov tak aj vo funkcii spínačov.

PN priechod bipolárneho tranzistora je možné polarizovať štyrmi rôznymi spôsobmi, podľa ktorých je možné rozlíšiť štyri režimy činnosti: **nevodivý režim**, **normálny aktívny režim**, **inverzný aktívny režim** a **režim nasýtenia** (saturácie).

Tab. 5.1 Štyri režimy činnosti tranzistora podľa polarizácie priechodov BE a BC (U_D je prahové napätie príslušného priechodu)

Polarizácia prechodu BE	Polarizácia prechodu BC	Režim
$U_{BE} < U_D$	$U_{BC} \leq 0$	Nevodivý
$U_{BE} \geq U_D$	$U_{BC} < 0$	Normálny aktívny

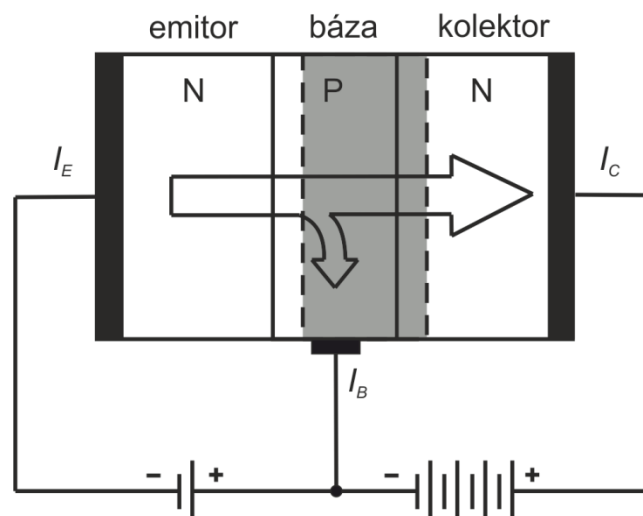
$U_{BE} < 0$	$U_{BC} \geq U_D$	Inverzný aktívny
$U_{BE} > 0$	$U_{BC} > 0$	Režim nasýtenia

Nevodivý režim – v nevodivom režime sú oba PN priechody tranzistora polarizované záverne, čo znamená, že tranzistorom nepreteká prakticky žiaden prúd. Ak používame tranzistor ako spínač, tento režim odpovedá rozpojenému stavu.

Normálny aktívny režim – v normálnom aktívnom režime je PN priechod báza-emitor polarizovaný priepustne a PN priechod báza-kolektor záverne. V tomto režime je medzi kolektorovým a bázovým prúdom približne lineárny vzťah, pričom koeficient (prúdový zosilňovací činiteľ) má hodnoty rádovo niekoľko desiatok resp. stoviek.

Inverzný aktívny režim – v inverznom aktívnom režime je priechod báza-emitor polarizovaný záverne a priechod báza-kolektor priepustne, čo znamená, že emitor a kolektor majú vymenené úlohy, pričom je potrebné vziať do úvahy, že tranzistor je technologicky asymetrická súčiastka (dotácia emitora je podstatne vyššia ako kolektora), a preto je hodnota prúdového zosilňovacieho činiteľa v tomto režime omnoho menšia ako v normálnom aktívnom režime.

Režim nasýtenia (saturácie) – v režime saturácie sú oba PN priechody polarizované priepustne a tranzistorom preteká veľký prúd. Ak používame tranzistor ako spínač, tento režim odpovedá zopnutému stavu spínača.

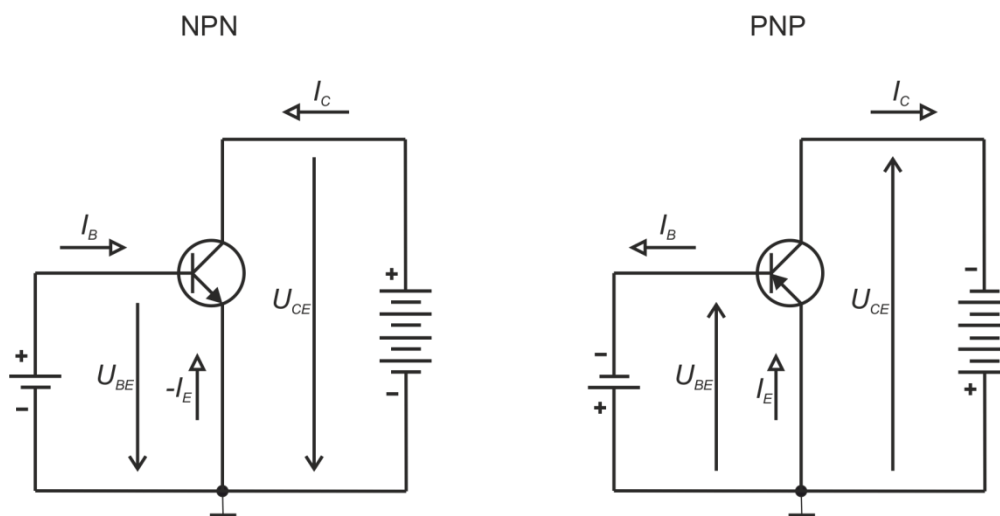


Obr. 5.18 Znázdornenie funkcie tranzistora NPN v normálnom aktívnom režime

Činnosť NPN tranzistora v aktívnom režime si môžeme vysvetliť pomocou Obr. 5.18. V normálnom aktívnom režime musí byť priechod emitor-báza polarizovaný priepustne, čo je dosiahnuté pripojením zdroja napätia zápornou svorkou k emitru a kladnou svorkou k báze. Priechod báza-kolektor je polarizovaný záverne, čo znamená, že záporná svorka batérie je pripojená k báze a kladná svorka ku kolektoru. V strednej a pravej časti sa vytvorí záverná vrstva (vyznačená sivou farbou), ktorej šírka je veľmi tenká. Keďže priechod báza-emitor je polarizovaný priepustne, preteká do báze z emitra prúd čím sa záverná oblasť zmenšuje a jej odpor klesá. Takto sa môžu dostať nosiče náboja do kolektora, kde sú unášané vytvoreným elektrickým poľom smerom ku kladnej svorke pripojenej batérie. Pokiaľ je šírka báze dostatočne tenká, zrekombinuje v nej iba malá časť nosičov náboja (majoritné nosiče –

elektróny v tomto prípade - z emitora rekombinujú s majoritnými nosičmi náboja v báze – dierami). Môžeme teda vidieť, že kolektorový prúd I_C je zmenšený voči emitorovému prúdu I_E o hodnotu bázevého prúdu I_B , ktorý má veľmi malú hodnotu. Napríklad pri napätí $U_{BE} = 0,7V$ môže mať bázevý prúd hodnotu $I_B = 1\text{ mA}$ a kolektorový prúd $I_C \approx 100\text{ mA}$. Ak o niečo zvýšime napätie U_{BE} pričom hodnota bázevého prúdu narastie na $I_B = 2\text{ mA}$, bude mať kolektorový prúd hodnotu približne $I_C \approx 200\text{ mA}$. Ak naopak napätie medzi bázou a emitorom zmenšíme, klesne bázevý prúd a aj kolektorový prúd. V pomerne širokom rozsahu hodnôt sa teda I_B aj I_C menia proporcionálne. Môžeme teda pomocou malého vstupného prúdu (I_B) riadiť podstatne väčší výstupný prúd (I_C).

Tranzistory NPN a PNP sa od seba odlišujú poradím jednotlivých vrstiev, a z toho dôvodu aj polaritou napätí báza-emitor a báza-kolektor. Pri dohodnutom kladnom smere prúdu (od kladnej svorky zdroja k zápornej) je možné vyznačiť orientáciu jednotlivých veličín tak ako na Obr. 5.19.



Obr. 5.19 Orientácia veličín pre NPN a PNP tranzistor

5.3.2 Charakteristiky bipolárnych tranzistorov

Vzhľadom k tomu, že tranzistor môžeme z obvodového hľadiska popisovať ako dvojbránu (štvorpól – jedna svorka je spoločná vstupu aj výstupu), je pre charakterizovanie jeho vlastností potrebných viacero charakteristík ako v prípade diódy. Aby sme mohli úplne popísať činnosť tranzistora musíme vedieť vzťahy medzi týmito veličinami: U_{BE} (napätie báza-emitor), U_{CE} (napätie kolektor-emitor), I_B (bázevý prúd) a I_C (kolektorový prúd).

Vstupná charakteristika – táto charakteristika vyjadruje závislosť bázevého prúdu na napätí báza-emitor ($I_B = f(U_{BE})$) – Obr. 5.20 vľavo. Môžeme si všimnúť, že odpovedá charakteristike diódy uvedenej na Obr. 5.12. Z charakteristiky je možné určiť vstupný odpor tranzistora r_{BE} (v katalógoch sa označuje aj h_{11e}):

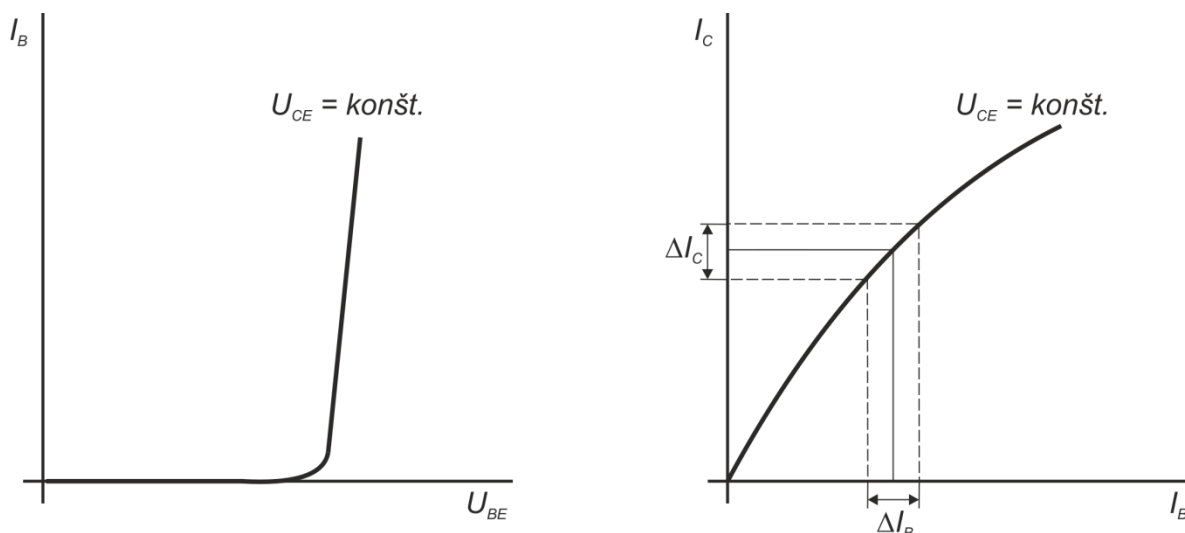
$$r_{BE} = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta I_B}, \quad U_{CE} = \text{konšt.} \quad (5.2)$$

Prúdová prevodová charakteristika – táto charakteristika (nazývaná tiež charakteristika prúdového zosilnenia) vyjadruje závislosť kolektorového prúdu na bázevom prúde ($I_C = f(I_B)$)

– Obr. 5.20 vpravo. Z tejto charakteristiky je možné odčítať prúdové zosilnenie tranzistora (jednosmerné β_{js} resp. striedavé β_{st}):

$$\beta_{js} = \frac{I_C}{I_B} \quad \beta_{st} = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}, \text{ pri } U_{CE} = \text{konšt.} \quad (5.3)$$

Z charakteristiky je tiež zrejmé, že závislosť nie je lineárna, čo znamená, že hodnota β_{js} sa mení – závisí od veľkosti kolektorového prúdu, pričom pri vyšších hodnotách I_C hodnota β_{js} klesá.



Obr. 5.20 Vstupná charakteristika (vľavo) a prúdová prevodová charakteristika (vpravo) bipolárneho tranzistora

Prevodová charakteristika – je vyjadrením závislosti kolektorového prúdu na napätí báza-emitor ($I_C = f(U_{BE})$) – Obr. 5.21 vľavo. Prevodová charakteristika sa používa pri určovaní polohy pracovného bodu a môžeme z nej určiť strmosť tranzistora y_{21}

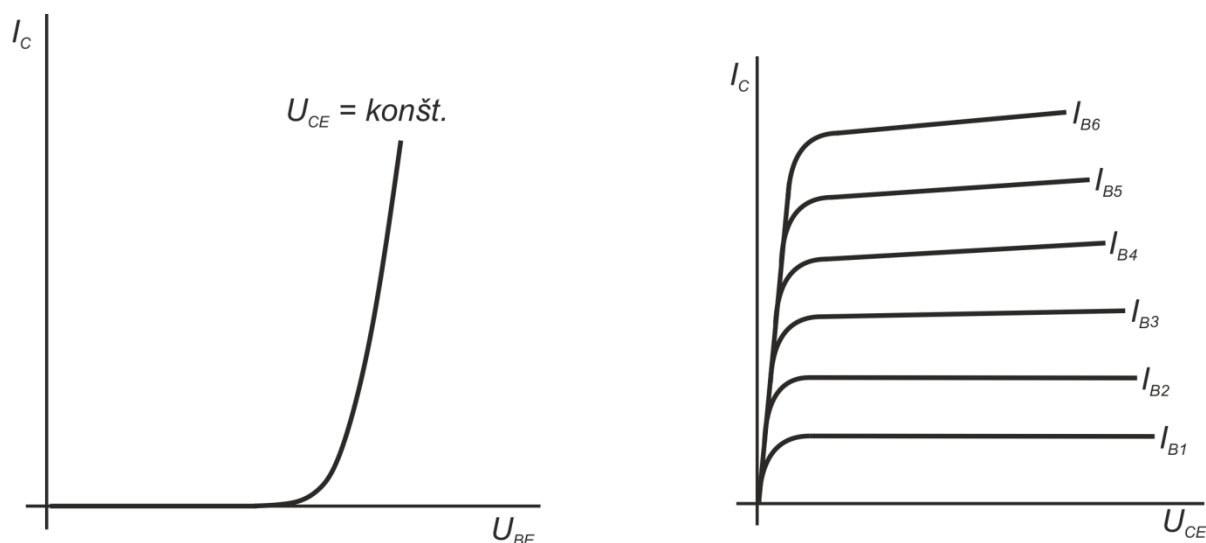
$$y_{21} = \frac{\Delta I_C}{\Delta U_{BE}}, \text{ pri } U_{CE} = \text{konšt.} \quad (5.4)$$

Výstupné charakteristiky – vyjadrujú závislosť kolektorového prúdu na napätí kolektor-emitor pri určitej hodnote bázoového prúdu ($I_C = f(U_{CE})$) – Obr.5.21 vpravo. Keďže kolektorový prúd bude pretekať len pri nenulovom bázovom prúde a jeho veľkosť závisí od veľkosti bázoového prúdu, udáva sa viacero charakteristík pre rôzne konštantné hodnoty bázoového prúdu. Z výstupných charakteristík môžeme určiť výstupný odpor tranzistora r_{CE}

$$r_{CE} = \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta I_C}, \text{ pri } I_B = \text{konšt.} \quad (5.5)$$

Niekedy sa v katalógoch uvádza aj parameter výstupnej vodivosti tranzistora označovaný h_{22e}

$$h_{22e} = \frac{1}{r_{CE}} = \frac{\Delta I_C}{\Delta U_{CE}}, \text{ pri } I_B = \text{konšt.} \quad (5.6)$$



Obr. 5.21 Prevodová charakteristika (vľavo) a výstupné charakteristiky (vpravo) bipolárneho tranzistora

5.3.3 Charakteristické hodnoty bipolárnych tranzistorov

Charakteristické hodnoty bipolárnych tranzistorov sa delia na *menovité* a *medzné* (podobne ako u iných súčiastok). Nedodržanie menovitých hodnôt obvykle vedie k nesprávnej funkcii tranzistora ale prekročenie medzných hodnôt môže viesť k jeho zničeniu. Dôležitou skutočnosťou je, že charakteristiky uvedené v predošlej kapitole majú význam v celom svojom rozsahu len pri zosilňovaní veľkých signálov, kedy dochádza k budeniu vo veľkom rozsahu. Ak je tranzistor použitý vo funkcii zosilňovača malých signálov, kedy sú amplitúdy vstupných elektrických veličín podstatne nižšie ako hodnoty jednosmerných veličín v kludovom pracovnom bode tranzistora, má dostatočný význam znalosť len charakteristických hodnôt.

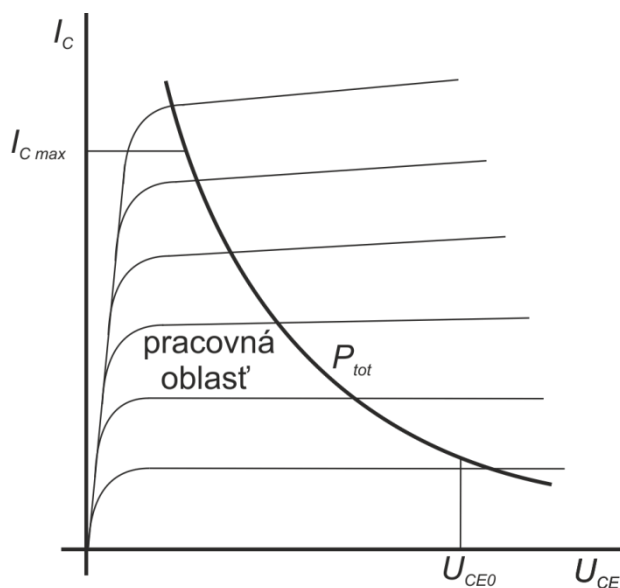
K medzným hodnotám bipolárnych tranzistorov patria:

- maximálne napätie kolektor-emitor, $U_{CE\ max}$
- maximálny kolektorový prúd, $I_{C\ max}$
- maximálne napätie báza-emitor, $U_{BE\ max}$
- maximálny bázový prúd, $I_{B\ max}$
- maximálny stratový výkon, P_{tot}
- maximálna teplota okolia, $T_{o\ max}$

K statickým parametrom patria:

- jednosmerné prúdové zosilnenie
- saturačné napätie
- zvyškové prúdy

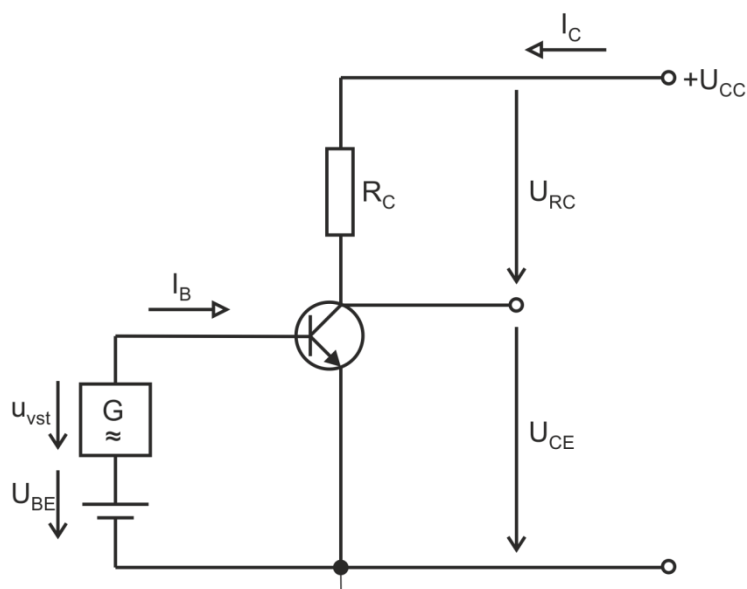
Na Obr. 5.22 je uvedená pracovná oblasť tranzistora, ktorú vymedzujú hodnoty U_{CE0} , $I_{C\ max}$ a P_{tot} , ktoré predstavujú medzné napätie kolektor-emitor, medznú hodnotu kolektorového prúdu a stratový výkon. Stratový výkon má vo výstupných charakteristikách formu hyperboly a definuje hranicu pracovnej oblasti mimo medzných hodnôt napätia a prúdu, pričom pracovný bod sa musí zvoliť tak, aby ležal v ohraničenej oblasti.



Obr. 5.22 Pracovná oblasť tranzistora

5.3.4 Nastavenie kľudového pracovného bodu tranzistora a získavanie napätia na báze

Aby mohol tranzistor pracovať ako zosilňovač, je potrebné nastaviť jeho kľudový pracovný bod pomocou odporu v kolektore. Najčastejším typom zapojenia v zosilňovačoch je zapojenie so spoločným emitorom (emitor je elektróda spoločná vstupu aj výstupu) – Obr. 5.23. Kolektorový odpor R_C má dve hlavné funkcie: *obmedzuje hodnotu kolektorového prúdu a premieňa prúdové zosilnenie na napätové.*

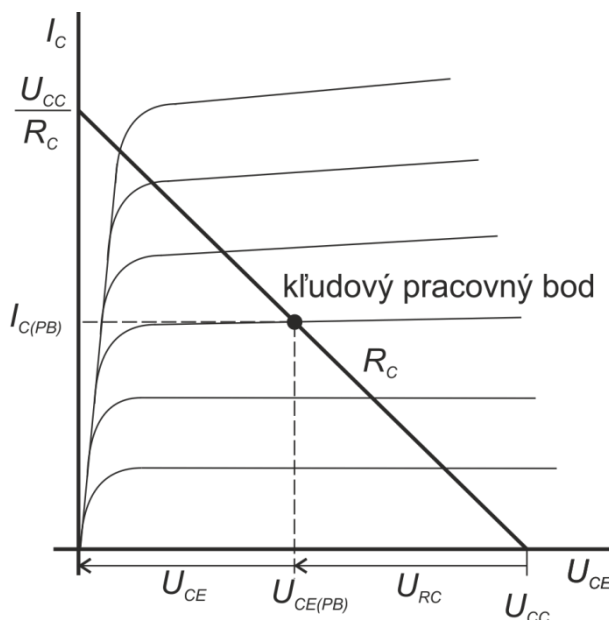


Obr. 5.23 Zosilňovací stupeň v zapojení so spoločným emitorom

Na Obr. 5.24 môžeme vidieť nastavenie kľudového pracovného bodu pomocou kolektorového odporu R_C , ktorý je charakterizovaný odporovou priamkou vo výstupných charakteristikách (sklon charakteristiky je určený hodnotou R_C). Je vidieť, že priamka prechádza bodmi U_{CC}

a $I_{C\max} = U_{CC}/R_C$. Veľkosť odporu R_C je možné pri znalosti napájacieho napätia U_{CC} určiť zo vzťahu:

$$R_C = \frac{U_{CC} - U_{CE(PB)}}{I_{C(PB)}} \quad (5.7)$$



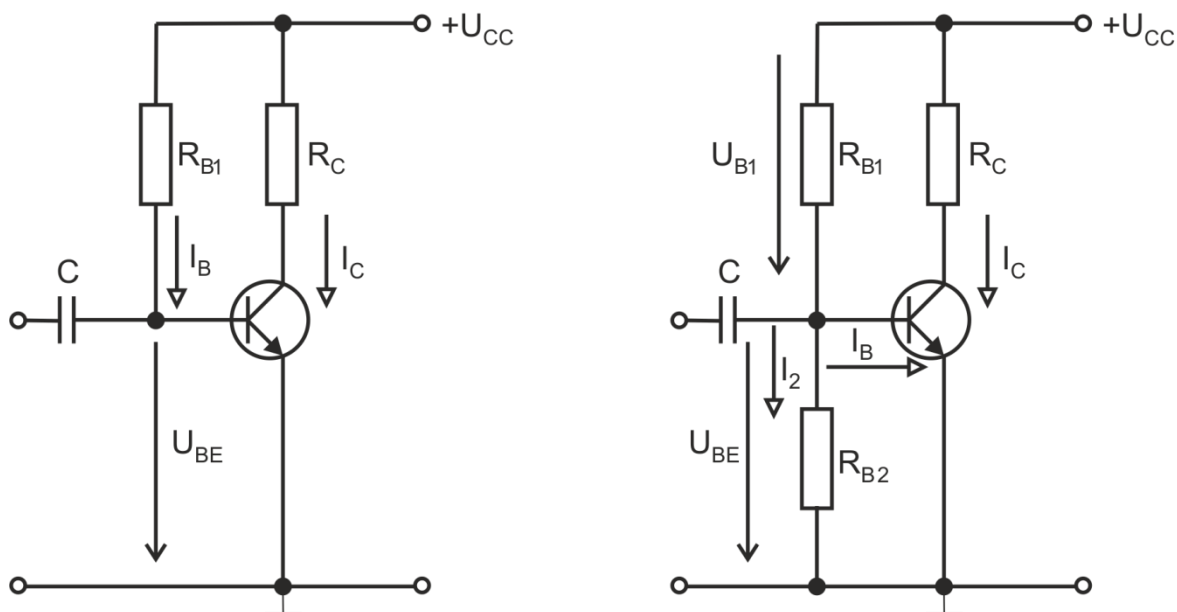
Obr. 5.24 Nastavenie kľudového pracovného bodu pomocou kolektorového odporu R_C

Kľudový pracovný bod sa obvykle volí tak, aby ležal približne v strede rozsahu určenom odporovou priamkou R_C (teda hodnota kľudového napätie kolektor-emitor by mala byť rovná polovici napájacieho napätia). Takouto voľbou zamedzíme skresleniu signálu vplyvom zakrivenia charakteristík na jednej alebo druhej strane (t.j. na strane malých napätí kolektor-emitor resp. na strane malých kolektorových prúdov).

Pre správnu funkciu tranzistora pri zosilňovaní je potrebné polarizovať PN priechod báza-emitor priepustne, čo znamená, že musí na ňom byť napätie väčšie ako prahové napätie diódy báza-emitor, ktoré sa líši podľa materiálu (kremík okolo 0,6-0,7V). Najjednoduchší spôsob polarizácie je pomocou rezistora. Na Obr.5.25 vľavo označený R_{B1} a pri pretekaní prúdu sa na ňom vytvorí úbytok napätia U_{B1} ($U_{B1} = R_{B1} \cdot I_B$). Pre veľkosť rezistora R_{B1} potom platí:

$$R_{B1} = \frac{U_{CC} - U_{BE}}{I_B} \quad (5.8)$$

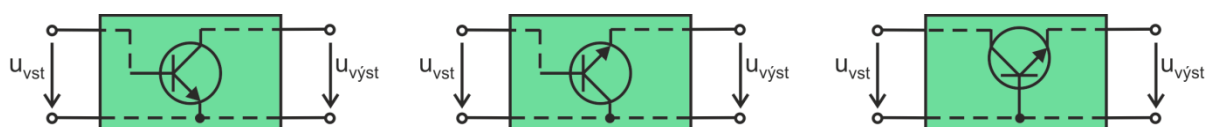
Keďže hodnoty bázoového prúdu sú štandardne veľmi malé, je hodnota odporu R_{B1} relatívne veľká čo je výhodné z hľadiska minimalizácie zaťažovania zdroja a zlepšenia stability napätia báza-emitor. Na druhú stranu je potrebné pri inom tranzistore (vplyvom rozptylu parametrov) potrebné znovu nastavovať bázoový prúd. Odstránenie tohto nedostatku je možné dosiahnuť zapojením na Obr. 5.25 vpravo pomocou odporového deliča s odpormi R_{B1} a R_{B2} . Prúd pretekajúci rezistorom R_{B2} by kvôli správnej funkcii zapojenia mal byť 2-10 krát väčší ako bázoový prúd I_B . Napätie do bázy je potom určené iba hodnotami R_{B1} a R_{B2} a nie je potrebné znovu nastavovať I_B ak sa zmení napájacie napätie alebo tranzistor.



Obr. 5.25 Nastavenie bázového napätia pomocou rezistora R_{B1} (vľavo) a pomocou napäťového deliča (vpravo)

5.3.5 Základné zapojenia tranzistorov

Vzhľadom k tomu, že tranzistor má len tri svorky a používa sa ako dvojbrána, ktorá má štyri svorky, musí byť vždy jedna svorka tranzistora spoločná aj pre vstup aj pre výstup. Z tohto dôvodu dostávame tri základné zapojenia, podľa toho, ktorá svorka je spoločná pre vstup aj pre výstup (Obr. 5.26). Každé z týchto zapojení má svoje špecifické vlastnosti vyplývajúce z podstaty funkcie tranzistora, pričom klasickým zapojením pre väčšinu zosilňovačov je zapojenie SE (so spoločným emitorom).



Obr. 5.26 Základné zapojenia tranzistorov – so spoločným emitorom (SE – vľavo), so spoločným kolektorom (SC – v strede), so spoločnou bázou (SB – vpravo)

Pri charakterizovaní vlastností jednotlivých zapojení sa používajú nasledujúce charakteristické parametre:

- vstupný odpor pre striedavý signál, r_{vst}
- výstupný odpor pre striedavý signál, $r_{výst}$
- napäťové zosilnenie, A_u
- prúdové zosilnenie, A_i
- výkonové zosilnenie, A_p
- fázový posun medzi vstupným a výstupným signálom, φ
- medzné frekvencie zapojenia, f_D a f_H

Zapojenie so spoločným emitorom – zapojenie SE má veľké napäťové (rádovo $A_u = 100 \dots 1000$) a veľké prúdové (rádovo $A_i = 20 \dots 500$) zosilnenie, čomu zodpovedá aj veľké

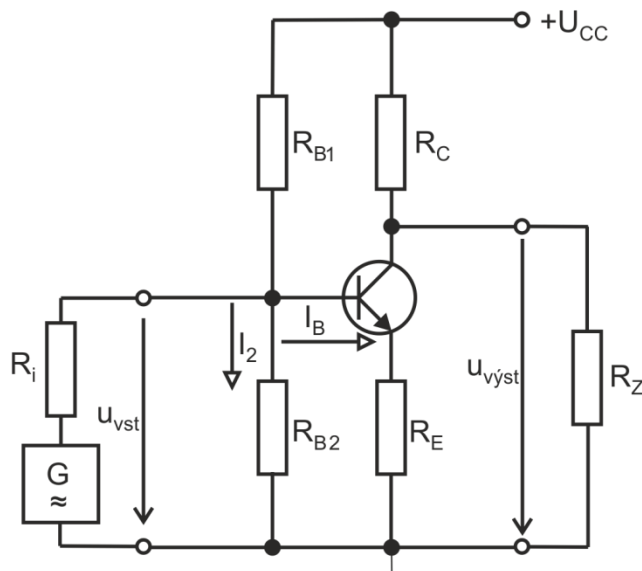
výkonové zosilnenie, ktoré je v rozsahu $A_p = 2000...50000$. Z tohto dôvodu sa zapojenie SE používa ako štandardné zapojenie v nízko- a vysokofrekvenčných zosilňovačoch. Pri zapojení SE dochádza tiež k posunutiu fáze výstupného signálu voči vstupnému o 180° . Vstupný odpor zapojenia je rádovo $r_{vst} = 0,4...5 \text{ k}\Omega$ a výstupný odpor je rádovo $r_{výst} = 1...100 \text{ k}\Omega$.

Zapojenie so spoločným kolektorom – zapojenie SC má veľký vstupný a malý výstupný odpor, čo znamená, že je vhodné ako prvý stupeň viacstupňových zosilňovačov pretože minimálne zaťažuje zdroj. Používa sa tiež často pre impedančné prispôbenie v nízkofrekvenčných zosilňovačoch. Zapojenie SC nespôsobuje fázový posun, preto platí $\varphi = 0^\circ$. Napätové zosilnenie je rovné resp. menšie ako jedna a prúdové zosilnenie je rádovo $A_i = 20...500$, čomu zodpovedá výkonové zosilnenie v rozsahu $A_p = 20...500$. Vstupný odpor zapojenia je rádovo $r_{vst} = 200...500 \text{ k}\Omega$ a výstupný odpor je rádovo $r_{výst} = 100...500 \text{ k}\Omega$.

Zapojenie so spoločnou bázou – zapojenie SB sa používa takmer výhradne vo vysokofrekvenčnej technike vzhľadom k vysokej hornej medznej frekvencii (nad 100 MHz). Napätové zosilnenie je v rozsahu $A_u = 100...1000$ a prúdové zosilnenie je rovné resp. menšie ako jedna, čomu zodpovedá výkonové zosilnenie rádovo $A_p = 100...1000$. Vstupný a výstupný signál sú vo fáze, teda $\varphi = 0^\circ$. Vstupný aj výstupný odpor sú v rozsahu rádovo $r = 50...200 \text{ k}\Omega$.

5.3.6 Zosilňovače

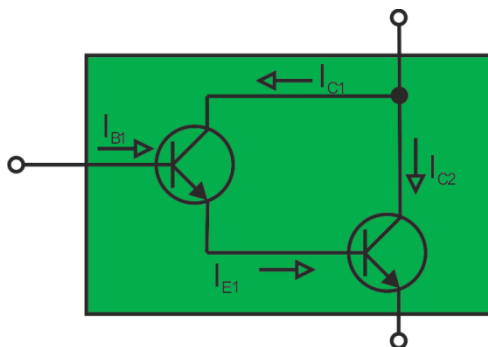
Na Obr. 5.27 je znázornené zapojenie jednosmerného zosilňovača. Aby bolo možné prenášať aj pomalé zmeny jednosmerného napätia, nie sú v schéme žiadne frekvenčné závislé prvky (napr. kondenzátory). V súlade s vyššie uvedeným spôsobom získavania napätia na báze, je v schéme prítomný odporový delič $R_{B1} - R_{B2}$. Úlohou rezistora v emitore je teplotná stabilizácia zosilňovača.



Obr. 5.27 Zapojenie jednosmerného zosilňovača

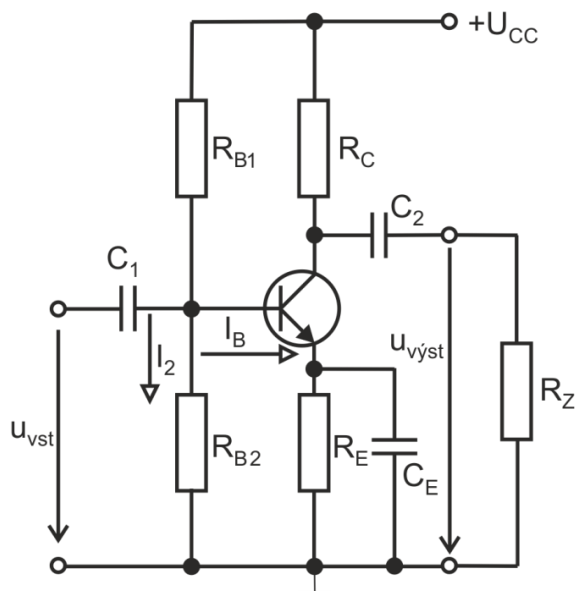
Jednosmerné zosilňovače majú nižšie napätové zosilnenie ako striedavé zosilňovače toho istého zapojenia. Pre zlepšenie vlastností jednosmerných zosilňovačov sa používa tzv. Darlingtonove zapojenie tranzistorov (Obr. 5.28). V tomto zapojení sú spojené dva alebo viac tranzistorov tak, že ich kolektory sú spoločné, zatiaľ čo emitor predchádzajúceho tranzistora je pripojený k báze nasledujúceho tranzistora. Výsledné zapojenie má opäť trojicu svoriek,

podobne ako jeden tranzistor. Hlavnou výhodou zapojenia je veľké prúdové zosilnenie dané súčinom zosilnení jednotlivých tranzistorov. Z tohto dôvodu sa využívajú predovšetkým vo výkonových zosilňovačoch a zosilňovačoch malých signálov.



Obr. 5.28 Darlingtonove zapojenie tranzistorov

Zosilňovače striedavého signálu je možné rozdeliť na *širokopásmové* a *selektívne*. Širokopásmové zosilňovače majú veľkú šírku pásma čo znamená, že prenášajú signál v širokom rozsahu frekvencií. Nízkofrekvenčné zosilňovače sú určené pre zosilňovanie signálov v rozsahu 20 Hz až 20 kHz. Zapojenie takéhoto zosilňovača je uvedené na Obr. 5.29. Uvedený zosilňovač je v zapojení so spoločným emitorom, pričom jeho pracovný bod je nastavený pomocou príslušných rezistorov. Vážbový kondenzátor C_1 slúži k jednosmernému oddeleniu napätia báze od generátora, pričom kondenzátor C_2 zabráňuje prístupu jednosmerného kolektorového napätia k zaťažovaciemu odporu R_Z .



Obr. 5.29 Širokopásmový nízkofrekvenčný zosilňovač

Vstupný obvod predstavuje pre signál hornofrekvenčný priepust, pričom dolnú medznú frekvenciu hornofrekvenčného priepustu môžeme všeobecne vypočítať podľa vzťahu:

$$f_D = \frac{1}{2\pi RC} \quad (5.9)$$

Keďže vstupný odpor zosilňovača predstavuje paralelné zapojenie rezistorov R_{B1} , R_{B2} a r_{BE} , môžeme f_D vypočítať nasledujúcim spôsobom:

$$f_D = \frac{1}{2\pi r_{vst} C}$$

kde $r_{vst} = R_{B1} \parallel R_{B2} \parallel r_{BE}$.

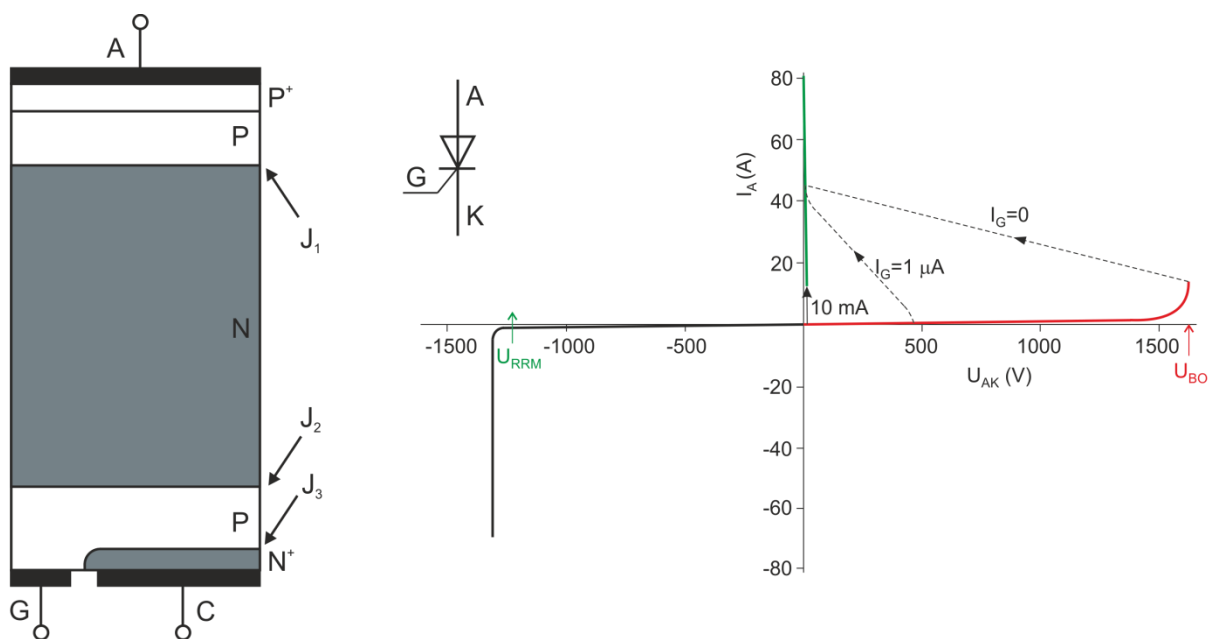
5.4 Tyristory

Tyristor sú polovodičové spínacie súčiastky, ktoré je možné spínať a vypínať pomocou prúdového impulzu privedeného do riadiacej elektródy, pričom po odznení tohto impulzu ostáva tyristor v danom spínacom stave (vypnutý alebo zopnutý). Z hľadiska jeho princípu činnosti je možné označiť tyristor za súčiastku s *bistabilnými regeneratívnymi spínacími charakteristikami*. Funkcia bipolárnych tranzistorov sa od tyristorov líši v tom, že pre ich udržanie zopnutého stavu je nutný trvalý prúd privádzaný do báze tranzistora. Preto je možné pomocou tyristorov spínať veľké výkony pri jednoduchom riadiacom obvode s malým príkonom.

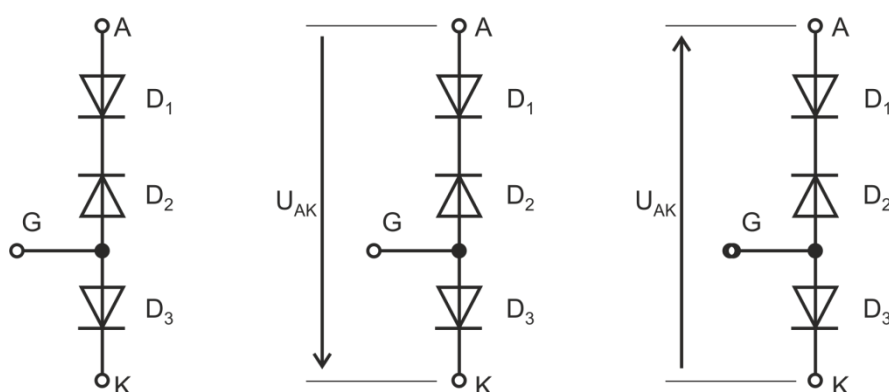
Na Obr. 5.30 vľavo je znázornená štruktúra tyristoru spolu s jeho schematickou značkou. Z obrázka je možné vidieť, že tyristor je súčiastka so štyrmi vrstvami vytvárajúcimi tri PN priechody označené J_1 , J_2 a J_3 . Vývody tyristora sa nazývajú **katóda** (K), **anóda** (A) a **hradlo** (G). Uvedené priechody môžeme reprezentovať v náhradnej schéme aj pomocou diód označených D_1 , D_2 a D_3 (Obr. 5.31).

Z Obr. 5.31 si môžeme všimnúť, že riadiaca elektróda (hradlo) je pripojená na anódy proti sebe pripojených diód D_2 a D_3 . Ak privedieme na tyristor napätie U_{AK} s polarizáciou vyznačenou na Obr. 5.31 v strede (napätie na anóde je kladné voči katóde), budú diódy D_1 a D_3 polarizované v priepustnom smere a dióda D_2 bude polarizovaná v závernom smere. Pokiaľ bude mať napätie U_{AK} opačnú polaritu (Obr. 5.31 vpravo), budú diódy D_1 a D_3 polarizované záverne a dióda D_2 priepustne.

Za predpokladu, že riadiaca elektróda nie je pripojená ($I_G = 0$), je pri ľubovoľnej polarite napätia U_{AK} vždy aspoň jedna dióda polarizovaná záverne a tyristorom nepreteká prakticky žiaden prúd. Túto skutočnosť si môžeme všimnúť na V-A charakteristike tyristora na Obr. 5.30 vpravo. V oboch smeroch osi x máme do určitých hodnôt napätí závernú oblasť kedy je $I_A \approx 0$. Ak budeme zvyšovať napätie v priamom smere (polarita U_{AK} ako na Obr. 5.31 v strede), dôjde pri určitej hodnote napätia (napätie U_{BO} vyznačené červenou šípkou) k prirazu diódy D_2 a k pretekaniu prúdu tyristorom. Aby nedošlo k zničeniu tyristora, je potrebné zabezpečiť obmedzenie veľkosti tohto prúdu.



Obr. 5.30 Štruktúra tyristora a jeho schematická značka (vľavo) a V-A charakteristika (vpravo)



Obr. 5.31 Náhradná schéma tyristora pomocou troch diód (vľavo) a jeho polarizácia v priamom smere (v strede) a spätnom smere (vpravo)

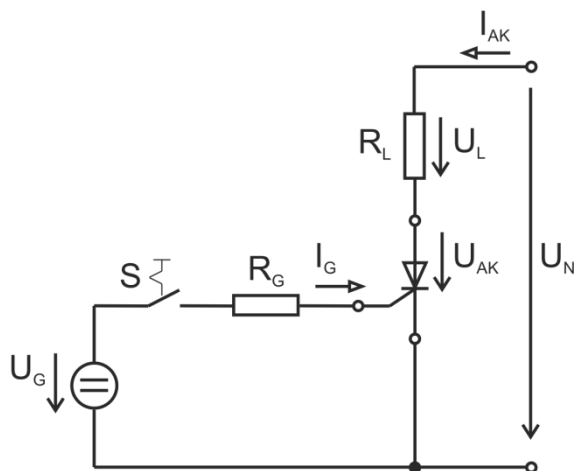
V závernom smere je správanie tyristora podobné ako diódy. Pri závernom napätí menšom ako U_{RRM} (vyznačené zelenou šípkou na V-A charakteristike) preteká tyristorom veľmi malý prúd.

Chovanie tyristora pri spínaní prekročením hodnoty napätia U_{BO} závisí na mnohých, ťažko ovplyvniteľných faktoroch. Keďže chceme tyristor v praktických aplikáciách riadiť presne a jednoznačne, tento spôsob sa pre spínanie prakticky nepoužíva. Keď je tyristor zopnutý, má úbytok napätia približne 1,5-2 V. Aby bola zabezpečený dostatočný odstup od medznej hodnoty U_{BO} , stanovuje sa pre napätie medzi anódou a katódou tyristora maximum v podobe dvoch tretín z napätia U_{BO} ($U_{AKmax} = 0,66U_{BO}$).

Spínanie tyristora

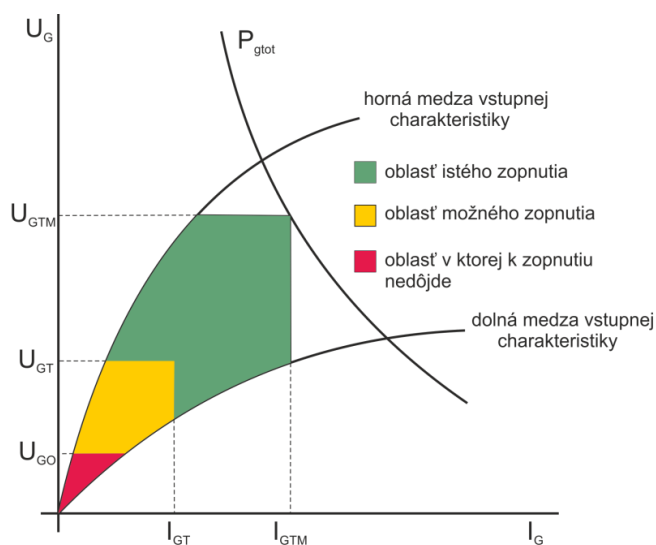
Tyristory sa spínajú privedením prúdu I_G do riadiacej elektródy. Ak je riadiaca elektróda vyvedená v oblasti katódy musí na nej byť pri spínaní kladné napätie. Ak podľa Obr. 5.32 nebude spínač zopnutý, bude tyristor v nevodivom stave. Zopnutím spínača začne do riadiacej elektródy tiecť prúd vplyvom čoho dôjde k presunu nosičov náboja do oblasti P (Obr. 5.30

vľavo). Vplyvom toho dôjde k zníženiu prierazného napätia priechodu J_2 (blokovacie napätie U_{BO}) pričom veľkosť tohto zníženia je závislá na veľkosti prúdu I_G . Po znížení veľkosti prierazného napätia priechodu J_2 dôjde k riadenému prierazu a tyristor začne viesť.



Obr. 5.32 Principiálna schéma obvodu pre riadenie tyristora

Na Obr. 5.33 sú uvedené spínacie charakteristiky tyristora. Charakteristiky sú zakreslené len v prvom kvadrante z toho dôvodu, že pre zopnutie musí byť tyristor polarizovaný v priamom smere. Ak má napätie na riadiacej elektróde U_G hodnotu nižšiu ako je hodnota U_{GO} , ostáva tyristor zatvorený pretože pre jeho zopnutie neprešiel do oblasti P dostatočný počet nosičov náboja. Táto oblasť je na Obr. 5.33 vyznačená červenou farbou. Ďalšou oblasť je oblasť možného zopnutia naznačená žltou farbou. V tejto oblasti sa nachádzame pokiaľ má napätie na riadiacej elektróde hodnotu menšiu ako je U_{GT} – prechod do vodivého stavu v tejto oblasti je možné ale nie isté a závisí na parametroch jednotlivých vyrobených exemplároch resp. veľkosti napätia U_{AK} a teploty priechodu J_2 . Zelenou farbou je vyznačená oblasť, ktorú môžeme považovať za oblasť bezpečného zopnutia. Elektrické veličiny sú v tomto prípade obmedzené hodnotami U_{GTM} a I_{GTM} ako aj maximálnym prípustným stratovým výkonom riadiacej elektródy P_{gtot} . Horná a dolná medza vstupnej charakteristiky vyznačujú možných rozptyl parametrov vyrobených tyristorov jedného radu. Veľkosť napätia a prúdu potrebných pre zopnutie tyristora závisí aj od teploty priechodu J_2 a to nepriamo úmerne – t.j. čím vyššia teplota tým nižšie hodnoty napätia a prúdu.



Obr. 5.33 Spínacie charakteristiky tyristora

Vypínanie tyristora

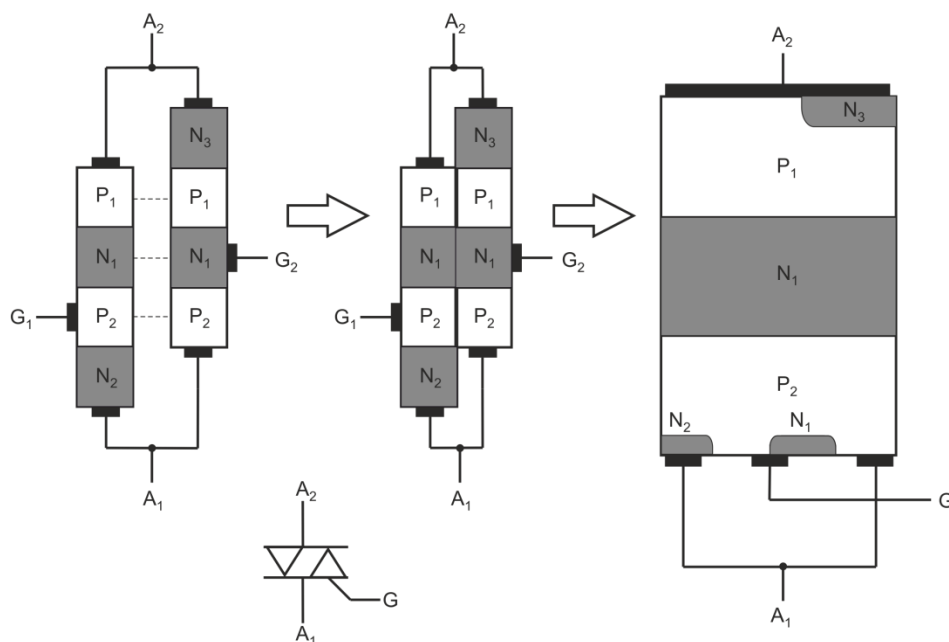
Po privedení tyristora do vodivého stavu ním prechádza medzi anódou a katódou veľké množstvo nosičov náboja čo znamená veľkú hodnotu prúdu I_A , ktorý sa trvale udržuje. V tomto stave už nie je možné tyristor vypnúť prostredníctvom riadiacej elektródy. Aby sme tyristor vypli, musíme znížiť hodnotu prúdu I_A pod tzv. *prídržnú hodnotu prúdu* I_H . Hodnota I_H sa pohybuje v rozsahu od jednotiek do asi 100 mA.

Ak sa tyristor používa v striedavých obvodoch ako riadený usmerňovač, dochádza k jeho vypínaniu periodicky pretože pri prechode nulou klesá prúd I_A pod hodnotu I_H . Ak je však tyristor použitý v jednosmernom obvode je nutné zabezpečiť jeho vypnutie iným spôsobom. Môžeme to docieľiť odpojením tyristora od napätia alebo paralelným skratovacím spínačom. K najčastejším spôsobom patrí privedenie prúdového impulzu na anódu čím tyristor dostaneme na chvíľu do spätného smeru a zabezpečíme jeho vypnutie.

Pre zabezpečenie jednoduchého vypínania tyristorov bol vyvinutý typ označovaný ako *GTO* (gate turn-off). Fungujú v podstate ako klasické tyristory s tým rozdielom, že je možné ich vypnúť privedením opačného prúdu do riadiacej elektródy. Tieto tyristory sa od klasických potom líšia predovšetkým v hodnotách medzných a prevádzkových parametrov vyplývajúcich z rozdielov v konštrukcii a zabezpečení vypínania.

5.5 Triaky

Triak je elektronická súčiastka, ktorú môžeme považovať za antiparalelné zapojenie dvoch tyristorov. Ich názov je odvodený z anglického termínu „*triode alternating current switch*“. Na Obr. 5.34 je uvedená vývoj štruktúry triaku ako dvoch oddelených tyristorov a neskôr súčiastku realizovanú na jednom kryštáli polovodiča a jeho schematická značka.



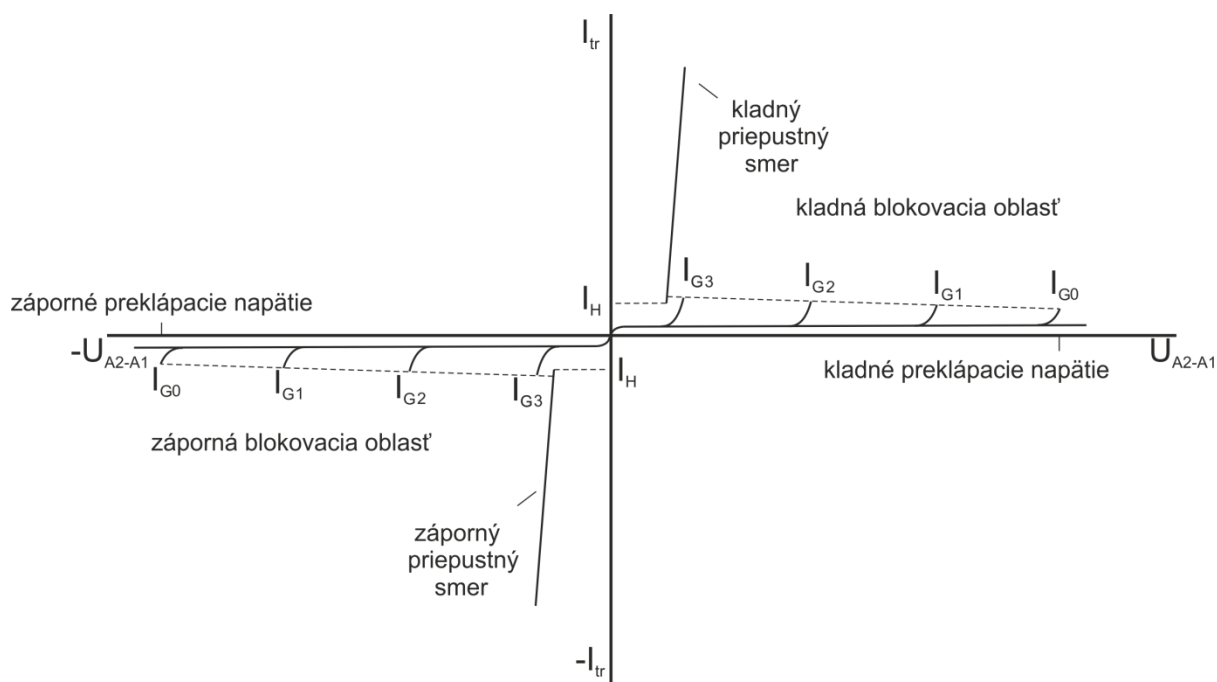
Obr. 5.34 Vývoj triaku ako antiparalelného zapojenia dvoch tyristorov (hore vľavo, v strede a vpravo) a jeho schematická značka (dole)

Ak uvažujeme zapojenie podľa Obr. 5.34 V strede bude pri zopnutom triaku (cez riadiacu elektródu G_1) a kladnom napätí anódy A_2 voči anóde A_1 pretekať prúd cez oblasti $P_1 - N_1 - P_2 - N_2$ z A_2 do A_1 . Ak bude naopak napätie na A_1 kladné voči napätiu na A_2 a triak bude zopnutý

(cez riadiacu elektródu G_2), bude prúd pretekať cez oblasti $P_2 - N_1 - P_1 - N_3$ z A_1 do A_2 . Ako si môžeme všimnúť na schematickej značke na Obr. 5.34, triak má iba jednu riadiacu elektródu – tá musí byť teda spoločná pre oblasť P_2 aj N_1 .

Na Obr. 5.35 Je uvedená voltampérová charakteristika triaku. Ako je možné vidieť, triak má symetrickú V-A charakteristiku, ktorá sa nachádza v I. a III. kvadrante čo súvisí s usporiadaním jednotlivých vrstiev. Z V-A charakteristiky triaku tiež vyplýva, že môžeme rozlíšiť *kladnú a zápornú blokovaciu oblasť* a *kladný a záporný priepustný smer* (v ktorom je triak zopnutý a vedie elektrický prúd).

Spínať triak je možné *štyrmi* spôsobmi, ktoré sa rozdeľujú podľa kvadrantov súradnicového systému s osami na ktorej je prúd riadiacej elektródy I_G a napätie na anódach A_2 a A_1 . V prvom kvadrante je napätie na anóde A_2 kladnejšie ako na A_1 . Triak môžeme uviesť do vodivého stavu privedením kladného napätia na riadiacu elektródu $+U_{GA1}$. Do riadiacej elektródy potom bude tiecť kladný prúd $+I_G$. V II. kvadrante je napätie na A_2 záporné voči A_1 a triak je možné zopnúť kladným napätím privedeným na riadiacu elektródu $+U_{GA1}$. Prúd I_G bude mať potom kladné znamienko. V III. kvadrante je opäť napätie na anóde A_2 záporné voči A_1 a triak je možné zopnúť privedením záporného napätia na riadiacu elektródu $(-U_{GA1})$. Z riadiacej elektródy potom bude vytekať prúd $-I_G$. V IV. kvadrante je napätie na anóde A_2 kladnejšie ako na A_1 a triak je možné zopnúť záporným napätím na riadiacej elektróde $-U_{GA1}$. Znamienko prúdu I_G potom bude záporné.



Obr. 5.35 Voltampérová charakteristika triaku

V Tab. 5.2 Sú prehľadne uvedené vyššie popísané spôsoby riadenia triaku pričom vzt'aznou elektródou je A_1 .

Tab.5.2 Spôsoby riadenia triaku

Kvadrant	Anóda A_2	Riadiaca elektróda	Spôsob riadenia
I.	+	+	I^+
II.	-	+	III^+
III.	-	-	III^-
IV.	+	-	I^-

5.5.1 Charakteristické parametre tyristorov a triakov

Vzhľadom k tomu, že triaky sú vlastne špeciálnym zapojením tyristorov, sú ich charakteristické hodnoty prakticky rovnaké. Medzi *charakteristické hodnoty* tyristorov a triakov patria:

Prídržný prúd I_H – najmenšia hodnota prúdu v priepustnom smere. Ak hodnota prúdu v priepustnom smere klesne pod túto hodnotu, tyristor (triak) prejde do uzavretého stavu.

Zapaľovací (spúšťací) prúd I_{GT} – predstavuje hodnotu prúdu riadiacej elektródy, ktorá je potrebná pre jeho uvedenie do vodivého stavu.

Prúdy v zatvorenom stave I_{AK} a I_R – ide o kladný prúd v oblasti zablokovania v priamom smere a záporný prúd v oblasti spätného smeru, s tým že ich veľkosti sú porovnateľné.

Napätie v priepustnom smere U_{AK} – úbytok napätia medzi svorkami A a K pri prechode prúdu v zopnutom stave.

Zapaľovacie (spínacie) napätie U_{GT} – napätie medzi riadiacou elektródou a katódou ak do riadiacej elektródy priteká spúšťací prúd I_{GT}

Medzi *medzné hodnoty* tyristorov a triakov patria:

Periodické vrcholové napätie v závernom smere U_{DRM} a U_{RRM} – ide o najvyššie prípustné hodnoty periodického napätia v závernom smere s kladným znamienkom U_{DRM} a záporným znamienkom U_{RRM} .

Najvyššie prípustné nárazové vrcholové napätie U_{RSM} a U_{DSM} – najvyššia prípustná okamžitá hodnota neperiodického napätia v závernom smere s kladným znamienkom U_{DSM} a záporným znamienkom U_{RSM} .

Trvalý medzný prúd I_{TAV} – aritmetická stredná hodnota najvyššie trvale prípustného prúdu v priepustnom smere pri uhle otvorenia $\Theta = 180^\circ$.

Najvyšší periodický vrcholový prúd I_{TRM} – najvyššia prípustná hodnota prúdu v priepustnom smere s uvažovaním krátkodobých prúdových špičiek pripočítaných k menovitej hodnote pracovného prúdu.

Najvyšší prípustný prúd v priepustnom smere I_{TRMS} – najvyššia prípustná efektívna hodnota prúdu v priepustnom smere behom jednej celej periódy.



Zhrnutie

1. Základom elektronických súčiastok sú polovodičové materiály, ktorých vodivosť sa nachádza medzi vodivosťou izolantov a vodičov. Najbežnejším typom polovodičovového materiálu je kremík, ktorý má vo valenčnej vrstve 4 elektróny. V čistom kremíku sú atómy viazané kovalentnými väzbami, a preto má veľmi nízku vodivosť. Pri dodaní tepelnej energie sa môže elektrón z takej väzby uvoľniť a stáva sa voľným. Po ňom ostáva prázdne miesto, diera, ktoré môže zaujať iný elektrón – proces

sa nazýva generácia páru elektrón-diera. Po strete elektrónu a diery dochádza k zániku tohto páru čo nazývame rekombinácia.

2. Významná je nevlastná vodivosť polovodičov vytváraná prímiesami iných materiálov. Použitím materiálov z piatej (tretej) skupiny prvkov periodickej tabuľky môžeme vytvárať polovodiče typu P (typu N) s nadbytkom voľných elektrónov (dier). Väčšinové nosiče náboja sa nazývajú majoritné, menšinové minoritné.
3. Na spojení dvoch polovodičov rôznej vodivosti dochádza k vytvoreniu PN priechodu, pričom tento priechod musí byť plynulý čo si vyžaduje špeciálne výrobné postupy. Na rozhraní tohto spojenia dochádza k samovoľnému prieniku majoritných nosičov náboja do oblasti, kde sú minoritnými (elektrónov do N a dier do P). Nazývame to difúzia. Po rekombinácii v týchto oblastiach sa vytvorí vrstva s malým množstvom nosičov náboja, nazývaná hradlová vrstva a dôjde k vytvoreniu rovnováhy.
4. Pripojením PN priechodu k zdroju napätia môžeme dosiahnuť ventilový účinok, čo znamená, že pri jednej polarite bude PN priechodom pretekať prúd, pri opačnej nie. Tieto smery nazývame priepustný a záverný a táto funkcia sa využíva v súčiastke nazývanej dióda. Hodnota difúzneho napätia, ktoré musíme prekročiť aby diódou tiekol prúd je okolo 0,7V pre kremíkovú diódu.
5. Tranzistory sú elektronické súčiastky, ktoré umožňujú zosilňovanie prúdu resp. napätia (výkonu) a môžu fungovať aj ako spínače. Delia sa na bipolárne, unipolárne a kombinované, pričom bipolárne využívajú pre svoju funkciu oba typy voľných nosičov náboja. Pozostávajú z troch vrstiev (NPN alebo PNP), pričom elektródy z nich vyvedené nazývame emitor, báza a kolektor. Pracujú v 4 režimoch (nevodivom, vodivom normálnom, vodivom inverznom a nasýtenom) a umožňujú riadiť pomocou malého vstupného (bázového) prúdu riadiť veľký výstupný (kolektorový).
6. Tyristory sú spínacie polovodičové súčiastky, ktoré umožňujú zopnutie alebo vypnutie pomocou prúdového impulzu privedeného na riadiacu elektródu. Ich výhodou (a hlavným rozdielom) voči bipolárnym tranzistorom je absencia nutnosti permanentnej prítomnosti prúdu na riadiacej elektróde, čo znamená možnosť spínania veľkých výkonov s jednoduchým riadiacim obvodom s veľmi malým príkonom. Elektródy tyristorov sa nazývajú anóda, katóda a hradlo a sú tvorené tromi PN priechodmi (môžeme vnímať ako zapojenie troch diód).
7. Triaky predstavujú antiparalelné zapojenie dvoch tyristorov a ich rozdielom voči tyristorom je možnosť riadenia prúdu v oboch smeroch (ich V-A charakteristika je symetrická v I. a III. kvadrante). Okrem toho je možné na riadiacu elektródu priviesť impulz aj kladnej aj zápornej polarizácie, čím získavame možnosť zopnúť triak celkovo štyrmi spôsobmi. Sú preto veľmi vhodné pre rôzne druhy striedavých obvodov.

Literatúra a zdroje

- [1] Čičmanec, P.: Všeobecná fyzika 2 – Elektrina a magnetizmus. Bratislava : Alfa, 1980. 568 s. ISBN 80-05-01089-3
- [2] Frohn, M. et al.: Elektronika – Polovodičové součástky a základní zapojení. Praha : BEN – Technická literatura, 2006. 479 s. ISBN 80-730-0123-3
- [3] Gates, E. D.: Introduction to Electronics. Clifton Park : Delmar, 2007. 528 s. ISBN 978-1-4018-8900-5
- [4] Hajko, V., Daniel-Szabó, J.: Základy fyziky. Bratislava, VEDA, 1980. 565 s.
- [5] Hajko, V. et al.: Fyzika v príkladoch. Bratislava, Alfa, 1988. 592 s.
- [6] Hughes, E.: Electrical and Electronic Technology. Harlow : Pearson Education Limited, 2012. 1003 s. ISBN 978-0-273-75510-4
- [7] Kúdelčík, J., Hockicko, P.: Základy fyziky. Žilina : Žilinská univerzita, 2011. 279 s. ISBN 978-80-554-0341-0
- [8] Neveselý, M: Teoretická elektrotechnika I. Žilina : VŠDS, 1992. 147 s. ISBN 978-80-7100-080-8
- [9] Neveselý, M: Teoretická elektrotechnika II. Žilina : VŠDS, 1993. 290 s. ISBN 978-80-7100-132-4
- [10] Nilsson, J. W., Riedel, S. A.: Electric Circuits. Upper Saddle River : Prentice Hall, 2011. 794 s. ISBN 978-0-13-611499-4
- [11] Pierret, R. F.: Semiconductor Devices Fundamentals. Reading : Addison Wesley Publishing Company, 1996. 791 s. ISBN 0-201-54393-1
- [12] Tipler, P. A., Mosca, G.: Physics for Scientists and Engineers. New York : W. H. Freeman and Company, 2004. 1512 s. ISBN 0-7167-4389-2
- [13] Wang, M.: Understandable Electric Circuits. Londýn : The Institution of Engineering and Technology, 2010. 370 s. ISBN 978-1-84919-114-2
- [14] Záhlava, V., Vobecký, J.: Elektronika – Součástky a obvody, principy a příklady. Praha : GRADA. 220 s. ISBN 80-247-1241
- [15] <http://www.techieinfocenter.com>
- [16] <http://en.wikipedia.org>
- [17] <http://usesofmagnets.wiki.hci.edu.sg>
- [18] <http://cleantechnica.com>
- [19] <http://ecee.colorado.edu>
- [20] <http://aura-comms.com>
- [21] <http://electrical4u.com>
- [22] <http://ozank.gitbooks.io>
- [23] <http://www.coilws.com>
- [24] <http://www.diytrade.com>
- [25] <http://www.femag.it>
- [26] <http://www.kirp.chtf.stuba.sk>
- [27] <http://lightmachinery.com>
- [28] <http://mindthevolt.com>